E
Revista de Economía Aplicada A Número 6 (vol. II), 1994, págs. 5 a 28

¿SON LAS RENTABILIDADES DE LAS ACCIONES SERIES FRACCIONALMENTE INTEGRADAS? RESULTADOS EN EL MERCADO DE VALORES ESPAÑOL*

NATIVIDAD BLASCO
Universidad de Zaragoza
RAFAEL SANTAMARÍA
Universidad Pública de Navarra

La capacidad de predicción a largo plazo de las rentabilidades de las acciones ha sido puesta de manifiesto en varios estudios recientes. Dado que las series fraccionalmente integradas [(Granger y Joyeux (1980) y Hosking (1981)] exhiben dependencia incluso sobre largos periodos de tiempo, es posible que las rentabilidades se ajusten a este tipo de modelos. Los resultados obtenidos, aunque con reservas, no permiten afirmar, en términos generales, que las series de rentabilidades del mercado de valores español sean fraccionalmente integradas.
Palabras clave: GPH test, dependencia a largo plazo, diferenciación fraccional, mercado de valores.

Estudios recientes han mostrado la capacidad de predicción a largo plazo de los precios de las acciones[1]. Este hecho, aunque explicable por otro tipo de factores, es igualmente consistente con la presencia de memoria a largo plazo. Esta posibilidad ha dirigido un conjunto de estudios, centrados fundamentalmente en el mercado americano y el inglés, utilizando básicamente el análisis R/S modificado de Lo (1991). Los trabajos más recientes, sin embargo, parecen encontrar escasa evidencia de memoria a largo plazo en dichos mercados[2]. Blasco y Santamaría (1994), utilizando el análisis del rango reescalado

(*) Deseamos agradecer los valiosos comentarios realizados por los evaluadores anónimos y el apoyo económico recibido por la Fundación Caja de Madrid y el Gobierno de Navarra.

(1) Véase Fama y French (1988), Poterba y Summers (1988), Lo y MacKinlay (1988), Kim *et al.* (1991), Jegadeesh (1991) y Mills (1991).

(2) Lo (1991) encuentra una evidencia pobre de memoria a largo plazo en el mercado americano, tanto sobre la muestra entera como en submuestras. Más aún, Ambrose *et al.* (1993) y MacDonald y Power (1993), sobre el mercado americano e inglés respectivamente, afirman que los precios no tienen memoria de ningún tipo, no pudiendo rechazarse la hipótesis de camino aleatorio. No obstante, Mills (1993), sobre este último mercado, obtiene resultados acordes con la presencia de memoria a largo plazo, aunque muestra sus reservas por cuanto indica que no se detecta esta persistencia en las series macroeconómicas del Reino Unido.

(análisis R/S) y el R/S modificado de Lo (1991), obtienen resultados menos concluyentes, si bien generalmente acordes con el rechazo de la presencia de memoria a largo plazo en las series de rentabilidades del mercado de valores español. No obstante, el análisis R/S modificado, de vocación generalista, no tiene el mismo poder frente a las diferentes alternativas específicas de memoria a largo plazo.

Una de estas alternativas la constituyen los modelos fraccionalmente integrados, dado que, bajo determinadas circunstancias, exhiben memoria a largo plazo. El poder del contraste de Lo frente a estas alternativas se encuentra, como indica su autor, muy ligado al tamaño de la muestra y a la elección de retardos. Estas consideraciones le llevan a afirmar que, aún conservando un poder razonable con una adecuada elección de parámetros, "un medio más eficiente para detectar dependencia a largo plazo (en estas alternativas) es estimar el parámetro de diferenciación fraccional directamente" [Lo (1991), pág. 1296].

Esta sugerencia lleva a estudiar la posibilidad de que los modelos fraccionalmente integrados sean apropiados para el ajuste de las series temporales de rentabilidades en el mercado de valores español, lo que precisa de la existencia de un parámetro de diferenciación fraccional, cuya estimación constituye el objetivo central de este trabajo.

Como indica Cheung (1993a), el entorno de los modelos ARIMA fraccionalmente integrados (ARFIMA) permite una aproximación flexible para el estudio de la dinámica de memoria a largo plazo y de la dependencia a corto plazo simultáneamente, constituyendo una vía más general para describir la memoria a largo plazo que la clásica especificación de raíz unitaria.

En lo que sigue, el trabajo se estructura atendiendo al siguiente esquema: la sección 1 presenta brevemente los procesos fraccionalmente integrados y los métodos de estimación, la sección 2 expone la metodología del contraste de Geweke y Porter-Hudak (en adelante, GPH), en la sección 3 se muestran los resultados y la sección 4 destaca las conclusiones obtenidas.

1. Los procesos fraccionalmente integrados

La presencia de memoria a largo plazo en las series temporales puede ser entendida como la existencia de una fuerte correlación entre las observaciones que distan entre sí largos intervalos de tiempo. Los modelos fraccionalmente integrados permiten capturar dependencias intermedias entre las descritas por componentes permanentes (identificados con raíces unitarias) y las recogidas por procesos ARMA.

Una serie temporal {Xt} sigue un proceso fraccionalmente integrado puro [Granger y Joyeux (1980) y Hosking (1981)] si

$$(1-L)^d X_t = \varepsilon_t \qquad [1]$$

donde ε_t es un ruido blanco, L es el operador de retardos y d mide el orden de diferenciación fraccional de la serie. Si $|d| \leq 0{,}5$, la serie es estacionaria e invertible y si $d > 0$, las autocorrelaciones no tienen suma finita y, por lo tanto, presentan memoria a largo plazo. Para valores de d no enteros, la expresión $(1-L)^d$ puede expandirse mediante el teorema binomial para potencias no enteras, esto es,

$$(1\text{-}L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{d}{k} L^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(-d+k)}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)} L^k = 1\text{-}dL +$$

$$+ \frac{d(d\text{-}1)}{2!} L^2 \text{-} \frac{d(d\text{-}1)(d\text{-}2)}{3!} L^3 + \ldots \qquad [2]$$

donde $\Gamma(.)$ denota la función gamma. Este desarrollo proporciona un polinomio de retardos infinito con coeficientes que disminuyen muy lentamente.

En presencia de memoria adicional a corto plazo modelizable paramétricamente por un proceso ARMA, la serie $\{X_t\}$ se dice que se ha generado por un ARMA fraccionalmente integrado o ARFIMA (p,d,q) si

$$\Phi(L)(1\text{-}L)^d X_t = \Theta(L)\varepsilon_t \qquad [3]$$

siendo $\Phi(L)$ y $\Theta(L)$ polinomios de orden p y q respectivamente y sus raíces están fuera del círculo unidad. Lógicamente, si d=0, el ARFIMA(p,d,q) se transforma en un ARMA(p,q).

Los ARMA son procesos de memoria a corto cuyas autocorrelaciones decaen geométricamente. En cambio, la dependencia producida por un ARFIMA decae a una tasa hiperbólica mucho más lenta. Esta dependencia puede observarse en la densidad espectral. Diebold y Rudebush (1989) señalan que la intuición de memoria a largo plazo emerge del dominio de las frecuencias. De una serie $\{X_t\}$ se dice que presenta memoria a largo plazo si su densidad espectral, f_X, aumenta sin límite cuando su frecuencia tiende a cero

$$\text{Lím}_{\omega \to 0} f_X(\omega) = \infty \qquad \text{si } d>0 \qquad [4]$$

En un ARFIMA(p,d,q), $f_X(\omega)$ evoluciona según ω^{-2d} cuando ω tiende a cero. Por lo tanto, d parametriza la conducta a frecuencias bajas y el hecho de que tome valores no enteros permite que estos modelos recojan un amplio rango de conductas espectrales cercanas al origen.

Una de las principales causas que ha impedido el uso más difundido de estos modelos es la falta de un procedimiento de estimación reconocido unánimemente como eficiente. Básicamente, son tres los métodos planteados en la literatura sobre el tema para la estimación del parámetro de diferenciación fraccional: el estimador en el dominio de las frecuencias introducido por Geweke y Porter-Hudak (1983), las técnicas de máxima verosimilitud en el dominio temporal [Sowell (1992a)] y la construcción de contrastes basados en el multiplicador de Lagrange [Robinson (1991)] cuya implementación práctica ha sido tratada, entre otros, por Agiakloglou y Newbold (1994). Adicionalmente, el parámetro d también puede estimarse a través del coeficiente de Hurst [McLeod y Hipel (1978)] obtenido a partir del análisis del Rango Reescalado (análisis R/S)[3]. De acuerdo con sus resultados, la estimación del parámetro de diferenciación fraccional, a partir de la estimación de H, resulta d*=H*- 0,5. No obstante, el análisis R/S, tal como muestra Lo (1991), resulta notablemente sensible a la dependencia a corto plazo, por lo

(3) El análisis R/S tiene sus orígenes en los trabajos de Hurst (1951) y Mandelbrot (1972). Una sencilla exposición de este análisis puede verse en Peters (1991), Ambrose *et al.* (1993) y Blasco y Santamaría (1994).

que la estimación de H (y de ella, la de d) puede responder a este tipo de memoria en lugar de auténtica memoria a largo plazo.

En los métodos basados en el multiplicador de Lagrange se contrasta la hipótesis d=0 en una serie a la que se ha ajustado un ARMA(p,q). Si los órdenes (p,q) son conocidos, estos contrastes demuestran bastante poder para detectar los procesos de diferenciación fraccional, incluso en tamaños muestrales moderados. Sin embargo, un ligero incremento de los órdenes, dado el supuesto más general y realista del desconocimiento de los procesos AR o MA, dificulta la detección del parámetro d [Agiakloglou y Newbold (1994)]. Cheung (1993b) señala, además, que existe sesgo con estos métodos en presencia incluso de correlación serial débil, por lo que sus resultados hay que analizarlos con cautela en el trabajo con datos reales.

Los procedimientos de estimación de máxima verosimilitud son presumiblemente los más eficientes. Concretamente, la propuesta de Sowell (1992a) permite la estimación conjunta del parámetro de diferenciación fraccional y de los parámetros AR y MA con relativa sencillez dentro de la complejidad de esta metodología. Sin embargo, las conclusiones de estos contrastes dependerán de los valores elegidos para los órdenes de los autorregresivos y medias móviles [Agiakloglou y Newbold (1994)]. Las propiedades deseables que presentan estos métodos bajo la correcta especificación del modelo ARMA conllevan el inconveniente de estimaciones inconsistentes con una mala especificación de los parámetros AR o MA [Diebold y Rudebush (1989), nota 9].

La metodología propuesta por Geweke y Porter-Hudak (1983) ha sido la elegida para este trabajo, si bien, al igual que métodos anteriores, presenta ventajas e inconvenientes, ya que como indican Mills (1993) y Sowell (1992b), es necesaria mayor evidencia empírica para determinar claramente la superioridad de alguno de los métodos expuestos. El procedimiento de GPH está basado en la conducta de la densidad espectral cuando las frecuencias son cercanas a cero. La relativa simplicidad del plantemiento de una regresión del logaritmo del periodograma sobre el logaritmo de las frecuencias es una de las ventajas fundamentales que ofrece.

Cheung (1993b) señala que el contraste de GPH es robusto frente a componentes autorregresivos-medias móviles moderados, frente a procesos ARCH (heteroscedasticidad condicional autorregresiva) y saltos en la varianza. El principal inconveniente es su sensibilidad a grandes componentes AR y MA y a saltos en la media. Concretamente, si los parámetros AR se encuentran en el rango (0,7, 0,9), existe un rechazo de la hipótesis de intergración no fraccional (d=0) demasiado frecuente para los niveles de significación convencionales. Agiaklogou *et al.* (1993) comparten esta opinión y añaden que, si bien un incremento del tamaño muestral disminuye el sesgo y el error estándar del estimador, esto no es del todo cierto para parámetros autorregresivos de primer orden elevados. Asimismo, se constata que grandes parámetros de primer orden de medias móviles son igualmente potenciales fuentes de sesgo, aunque tal sesgo disminuye si estos parámetros son positivos o negativos de bajo valor.

Para estudiar la adecuación de este contraste a las series estudiadas, se han estimado los valores de los parámetros de AR(1) y MA(1). Los parámetros autorregresivos de primer orden están comprendidos en el rango (-0,42, 0,35), siendo el valor medio 0,13. Los parámetros MA de primer orden se comprenden en el intervalo (-0,32, 0,5), con media -0,07. Esto nos indica que el sesgo potencial que surge de la importancia de los parámetros AR y MA no tiene que ser elevado.

2. El contraste GPH: metodología

De lo expuesto con anterioridad se concluye que la presencia a largo plazo en las alternativas ARFIMA(p,d,q) se concreta en la existencia de un parámetro de diferenciación fraccional positivo, de manera que $0<d<0{,}5$. Como se ha indicado, uno de los métodos más usuales para la estimación del parámetro es el propuesto por GPH (1983). Dada una serie temporal $\{X_t\}$, su función de densidad espectral es:

$$f_X(\omega) = (\sigma^2/2\pi)\ \{4\mathrm{sen}^2(\omega/2)\}^{-d}\ f_u(\omega) \qquad [5]$$

siendo $u_t = (1-L)^d X_t$ un proceso lineal, estacionario e invertible cuya función de densidad espectral es $f_u(\omega)$.

Tomando logaritmos de la función de densidad espectral, $f_X(\omega)$, se tiene

$$\mathrm{Ln}\{f_X(\omega)\} = \mathrm{Ln}\{\sigma^2 f_u(0)/2\pi\} - d\mathrm{Ln}\{4\mathrm{sen}^2(\omega/2)\} + \mathrm{Ln}\{f_u(\omega)/f_u(0)\} \qquad [6]$$

Dado un tamaño muestral T de la serie, siendo ω_j la notación de la frecuencia e $I(\omega_j)$ el periodograma correspondiente a frecuencia ω_j, puede obtenerse para cada ω_j

$$\begin{aligned}\mathrm{Ln}\{I(\omega_j)\} = {} & \mathrm{Ln}\{\sigma^2 f_u(0)/2\pi\} - d\mathrm{Ln}\{4\mathrm{sen}^2(\omega_j/2)\} + \\ & + \mathrm{Ln}\{f_u(\omega_j)/f_u(0)\} + \mathrm{Ln}\{I(\omega_j)/f_X(\omega_j)\}\end{aligned} \qquad [7]$$

El paso crucial del desarrollo del estimador de GPH es la afirmación de que sobre ordenadas de frecuencia suficientemente bajas, el término $\mathrm{Ln}\{f_u(\omega_j)/f_u(0)\}$ es despreciable o al menos aproximadamente constante. La similitud formal de la expresión [7] con la ecuación de una regresión lineal donde $\mathrm{Ln}\{\sigma^2 f_u(0)/2\pi\} + E[\mathrm{Ln}\{I(\omega_j)/f_X(\omega_j)\}]$ se asimila al término independiente, puesto que el valor asintótico de $E[\mathrm{Ln}\{I(\omega_j)/f_X(\omega_j)\}]$ es -0,57721 (la constante de Euler con signo negativo) y $\mathrm{Ln}\{I(\omega_j)/f_X(\omega_j)\} - E[\mathrm{Ln}\{I(\omega_j)/f_X(\omega_j)\}]$ es aproximadamente una variable aleatoria independiente con media cero y varianza $\pi^2/6$, sugiere que la estimación consistente de d puede extraerse de la siguiente regresión mínimo cuadrática, para frecuencias ω_j próximas a cero.

$$\mathrm{Ln}\{I(\omega_j)\} = \beta_0 + \beta_1\ \mathrm{Ln}\{4\ \mathrm{sen}^2(\omega_j/2)\} + \eta_j \qquad \text{con } j=1, ..., K \qquad [8]$$

donde $\omega_j = 2\pi j/T$, $K=g(T) << T$, e $I(\omega_j)$ es el periodograma de la serie a la frecuencia ω_j definido por

$$I(\omega_j) = \frac{1}{2\pi T}\left|\sum_{t=1}^{T} e^{it\omega_j}(X_t-\bar{X})\right|^2 \qquad [9]$$

Para una apropiada elección de K, plím $b_1=-d$, si $d < 0$, siendo b_1 el estimador mínimo cuadrático ordinario de β_1.

Para la elección de K, los autores indican que es una función del tamaño muestral, de forma que

$$\mathrm{Lím}_{T\to\infty}\ g(T) = \infty \ \text{ y } \ \mathrm{Lím}_{T\to\infty}\ g(T)/T = 0 \qquad [10]$$

Estos resultados, recogidos en el Teorema 2 de GPH (1983), pág. 227, son válidos para $d<0$. Sin embargo, simulaciones experimentales de los mismos autores sugieren que los resultados de dicho teorema son igualmente válidos para $d > 0$. Igualmente, mediante simulaciones, GPH sugieren que una forma funcional de K puede ser $K=cT^{\alpha}$, $0 <\alpha<1$, y muestran que $c=1$ y $\alpha=0{,}5$ resultan apropiados. Adicionalmente, aconsejan el uso de la varianza conocida de η_j $(\pi^2/6)$ para realizar inferencias sobre la estimación de d.

En grandes muestras, el estimador mínimo cuadrático d* es asintóticamente normal de modo que

$$d^* \sim N\left(d, \frac{\Pi^2}{6 \sum_{j=1}^{K} \left\{ U(j,T) - \bar{U}(T,K) \right\}^2} \right) \qquad [11]$$

siendo

$$U(j,T) = \ln\left(4 \operatorname{sen}^2 (\omega j/2)\right); \quad \bar{U}(T,K) = K^{-1} \sum_{j=1}^{K} U(j,T) \qquad [12]$$

Nótese en [11] que la expresión de la varianza es el elemento (2,2) de la matriz $s^2(X'X)^{-1}$ siendo plím $s^2= \pi^2/6$.

Por otra parte, de acuerdo con las precisiones de Kunsch (1986), las frecuencias alrededor del origen deben ser excluidas para obtener un estimador consistente. De este modo, los términos de la regresión varían $0<h\leq j\leq K<<T$; $h=g(T)$.

3. Resultados

La base de datos utilizada está compuesta por precios de cierre diarios, extraídos de los Boletines Oficiales de Cotización que publican distintas entidades financieras, correspondientes al Indice General de la Bolsa de Madrid y 30 títulos individuales que pertenecen a los diferentes sectores de actividad, representando una porción muy significativa del volumen de negocio bursátil español y elegidos entre los más líquidos del mercado. El espacio temporal comprende desde Enero de 1980 a Diciembre de 1992, totalizando entre 2600 y 3000 observaciones por título analizado[4].

De la serie de precios e información sobre dividendos y ampliaciones, se han derivado las rentabilidades diarias, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$X_t = \ln[(P_t + D_t + d_t) / P_t - 1] \qquad [13]$$

(4) El conjunto de títulos, aunque reducido en número, representa una parte muy importante del mercado de valores español puesto que se trata de títulos que tienen una frecuencia y volumen de contratación considerablemente mayores que la media. Para la confección de las series se han obviado los días en que no ha habido mercado de un título, al igual que se hace tradicionalmente con los festivos. No obstante, optar por esta solución u otra, como asignar rentabilidad nula, no tiene que suponer efectos apreciables dado que la frecuencia de cotización de los títulos analizados se iguala prácticamente a los días hábiles de mercado.

Cuadro 1: RESULTADOS DEL CONTRASTE DE DICKEY-FULLER

TITULO	Sin tendencia	Con tendencia
Índice general	–7,57	–7,71
Águila	–8,32	8,34
Alba	–5,83	–6,15
Asland	–7,71	–7,96
Azucarera	–8,00	–8,31
BBV	–7,48	–7,63
Central-Hispano	–7,36	–7,63
Cristalería	–7,24	–7,24
Duro Felguera	–7,19	–7,89
Fecsa	–7,29	–7,35
Fenosa	–7,30	–7,33
Finanzauto	–7,49	–7,75
FOM. C. y C.	–7,40	–7,33
Gas natural	–7,74	–7,82
General invers.	–7,72	–7,85
Iberdrola	–7,13	–7,22
Mapfre	–5,98	–6,33
Papelera	–7,12	–7,48
Portland V.	–9,50	–9,96
Renault	–6,32	–6,44
Santander	–7,60	–7,76
Sevillana	–6,56	–6,78
Sniace	–7,17	–7,72
Tabacalera	–7,27	–7,37
Telefónica	–7,57	–7,70
Tudor	–7,74	–8,22
Unión y Fénix	–8,37	–8,54
Uralita	–6,69	–6,74
Urbis	–10,31	–10,37
Vallehermoso	–8,63	–8,72
Zaragozano	–7,79	–7,90

Nota: Valores críticos sin tendencia: -2,57 y -2,86. Valores críticos con tendencia: -3,13 y -3,41 para niveles de significación del 10% y 5% respectivamente. El número de retardos se ha establecido atendiendo al retardo de orden superior que resulta significativo en la función de autocorrelación o la función de autocorrelación parcial de las series de primeras diferencias

Cuadro 2: ESTIMACIÓN DEL PARÁMETRO D EN LAS SERIES ORIGINALES

α=0,5	d; h=1	p	d; h=5	p	d; h=10	p	d; h=15	p
Índice general	0,05	0,62	0,13	0,40	0,22	0,28	0,28	0,31
Águila	0,01	0,88	–0,08	0,55	– 0,20	0,30	–0,49	0,07
Alba	0,18	0,05	0,23	0,10	0,19	0,34	0,34	0,22
Asland	0,09	0,37	0,11	0,45	0,38	0,05	0,36	0,21
Azucarera	–0,04	0,64	0,03	0,80	0,17	0,40	0,27	0,33
BBV	–0,07	0,49	–0,14	0,35	–0,13	0,54	0,00	0,99
Central-Hispano	0,00	1,00	–0,20	0,16	–0,38	0,06	–0,65	0,01
Cristalería	–0,04	0,63	–0,04	0,78	0,22	0,28	0,05	0,82
Duro Felguera	0,14	0,13	0,19	0,18	0,28	0,18	0,62	0,00
Fecsa	–0,01	0,92	0,00	0,97	0,02	0,88	0,18	0,49
Fenosa	0,07	0,48	0,17	0,24	0,16	0,42	0,24	0,37
Finanzauto	0,03	0,72	–0,03	0,84	0,14	0,49	0,24	0,38
FOM. C. y C.	014	0,15	0,16	0,27	0,19	0,34	–0,05	0,84
Gas natural	0,13	0,16	0,13	0,34	0,1	0,57	0,28	0,33
General invers.	–0,10	0,31	0,15	0,28	0,42	0,04	0,47	0,09
Iberdrola	0,05	0,61	0,04	0,79	–0,08	0,70	0,15	0,59
Mapfre	0,16	0,11	–0,04	0,79	0,24	0,24	0,41	0,14
Papelera	0,08	0,38	0,02	0,88	–0,06	0,74	–0,03	0,88
Portland V.	0,09	0,37	0,02	0,90	–0,02	0,91	–0,20	0,46
Renault	0,03	0,74	–0,17	0,22	–0,27	0,18	–0,40	0,14
Santander	0,03	0,76	0,12	0,42	–0,05	0,80	–0,04	0,89
Sevillana	0,14	0,14	0,26	0,06	0,25	0,22	0,19	0,48
Sniace	–0,09	0,36	–0,16	0,27	0,14	0,50	0,44	0,12
Tabacalera	0,02	0,84	–0,16	0,28	0,00	0,96	–0,30	0,28
Telefónica	0,04	0,69	0,16	0,28	0,39	0,06	0,60	0,03
Tudor	0,00	1,00	–0,11	0,45	0,16	0,43	0,04	0,88
Unión y Fénix	0,04	0,67	–0,03	0,84	–0,04	0,84	–0,03	0,91
Uralita	0,09	0,37	0,04	0,58	0,24	0,24	0,39	0,18
Urbis	0,11	0,26	0,04	0,82	0,05	0,80	–0,11	0,68
Vallehermoso	0,05	0,56	–0,01	0,92	0,09	0,66	0,06	0,82
Zaragozano	–0,08	0,41	–0,37	0,00	–0,34	0,09	–0,08	0,77

Nota: El valor de p es la probabilidad de aceptar la hipótesis nula (d=0) calculada con la varianza teórica.

Siendo:

X_t = Rentabilidad del día t.
P_t = Precio del activo el día t.
D_t = Dividendo pagado el día t
d_t = Importe del valor teórico del derecho el día de ampliación t.

Como estudio previo a la estimación del parámetro de diferenciación fraccional, se estudia la presencia de raíz unitaria en las series. El Cuadro 1 recoge los resultados del contraste de Dickey y Fuller aumentado [Said y Dickey (1984)] que presenta como hipótesis nula la existencia de raíz unitaria. Los valores de los estadísticos obtenidos en los dos supuestos planteados, sin tendencia y con tendencia lineal en la regresión auxiliar diseñada en el contraste, son claramente menores que los valores críticos correspondientes a los niveles usuales de significación, por lo que queda patente el rechazo de la hipótesis de raíz unitaria y, por lo tanto, de componentes permanentes en las series de rentabilidades.

Sin embargo, como se ha señalado, la integración fraccional es una vía más general de descripción de dependencia a largo plazo que la especificación de raíz unitaria, por lo que se procederá a la estimación del parámetro d a través del contraste de GPH.

El Cuadro 2 recoge los resultados para un valor de α=0,5, considerando las series originales de rentabilidades[5]. Siguiendo las sugerencias de Kunsch (1986), se considera la eliminación en la regresión de las frecuencias más cercanas al origen. Los valores que se han elegido de h=1, 5, 10 y 15 indican el ordinal de la frecuencia que entra como primera ordenada en la regresión. Para cada h, la primera columna de valores contiene las estimaciones del parámetro d (d*) y la segunda columna refleja el valor de p calculado usando la varianza conocida de η_j para calcular la varianza estimada de d*. Por tanto, representa el valor de p bajo la hipótesis nula (d=0) frente a la hipótesis de memoria a largo plazo. El Cuadro 5 muestra los resultados de la estimación del parámetro de diferenciación y las probabilidades respectivas cuando a las series se les ha ajustado un AR(1), para observar si existen cambios significativos en la estimación originados por la memoria a muy corto plazo que proviene de la autocorrelación serial de órdenes bajos[6].

Los resultados obtenidos son consistentes con el rechazo de este tipo de memoria a largo plazo ya que se presentan escasos indicios de la existencia de un parámetro de diferenciación fraccional que sea significativamente mayor que cero (hasta un nivel de significación del 10%), especialmente si se siguen las sugerencias de GPH (α=0,5 y h=1), puesto que, en tal caso, sólo Alba exhibe memoria a largo plazo. Sin embargo, son varias las cuestiones que es conveniente

(5) Los términos de la regresión han sido obtenidos a partir de un programa propio desarrollado en Microsoft FORTRAN para Windows de PC.

(6) Los autores desean hacer notar que la estimación del parámetro de diferenciación fraccional después de la "corrección" de la memoria a corto plazo de un AR(1) es un procedimiento intuitivo que trata de estudiar la medida en que los resultados obtenidos sobre la serie original pueden estar influidos por el efecto de la memoria a corto plazo y, en particular, por el autorregresivo de primer orden que se manifestaba de mayor relevancia. Con este procedimiento no se pretende derivar una medida menos sesgada del parámetro de diferenciación fraccional, sino verificar si los resultados de la estimación son muy sensibles a la existencia de este proceso. En este punto deseamos agradecer los valiosos comentarios aportados por el evaluador.

Cuadro 3: Estimación del parámetro d en las series originales

α=0,55	d; h=1	p	d; h=5	p	d; h=10	p	d; h=15	p
Índice general	0,12	0,14	0,20	0,05	0,28	0,04	0,33	0,05
Águila	–0,04	0,59	–0,13	0,20	–0,22	0,10	–0,35	0,03
Alba	0,21	0,00	0,25	0,01	0,24	0,07	0,33	0,04
Asland	0,05	0,52	0,03	0,72	0,15	0,26	0,04	0,78
Azucarera	0,08	0,28	0,21	0,04	0,34	0,00	0,44	0,00
BBV	0,02	0,78	0,03	0,70	0,10	0,46	0,22	0,20
Central-Hispano	0,01	0,86	–0,10	0,34	–0,16	0,24	–0,24	0,14
Cristalería	0,03	0,70	0,08	0,45	0,28	0,04	0,22	0,19
Duro Felguera	0,15	0,04	0,19	0,06	0,23	0,08	0,39	0,02
FECSA	–0,03	0,60	–0,04	0,77	–0,03	0,91	0,01	0,85
Fenosa	0,13	0,09	0,22	0,03	0,24	0,07	0,31	0,06
Finanzauto	0,11	0,13	0,12	0,25	0,28	0,04	0,36	0,02
FOM. C. y C.	0,09	0,25	0,09	0,37	0,11	0,38	–0,06	0,71
Gas natural	0,12	0,10	0,09	0,30	0,08	0,38	0,15	0,14
General invers.	–0,03	0,64	0,15	0,13	0,29	0,02	0,28	0,09
Iberdrola	0,07	0,35	0,07	0,48	0,03	0,83	0,18	0,29
Mapfre	0,08	0,26	–0,07	0,46	0,04	0,72	0,01	0,90
Papelera	0,05	0,49	0,00	0,96	–0,04	0,74	–0,01	0,93
Portland V.	0,06	0,44	0,01	0,91	0,03	0,82	0,11	0,48
Renault	0,06	0,43	–0,05	0,62	–0,04	0,72	–0,03	0,84
Santander	0,02	0,98	–0,06	0,92	–0,02	0,91	0,00	0,99
Sevillana	0,14	0,08	0,21	0,05	0,17	0,21	0,12	0,49
Sniace	–0,08	0,30	–0,11	0,30	0,07	0,56	0,20	0,22
Tabacalera	0,13	0,10	0,08	0,44	0,26	0,05	0,20	0,24
Telefónica	–0,01	0,86	0,02	0,81	0,10	0,45	0,13	0,44
Tudor	0,04	0,62	0,00	1,00	0,18	0,18	0,13	0,44
Unión y Fénix	0,13	0,10	0,12	0,25	0,18	0,19	0,27	0,10
Uralita	0,13	0,09	0,15	0,14	0,27	0,05	0,19	0,25
Urbis	0,16	0,04	0,14	0,18	0,21	0,12	0,18	0,28
Vallehermoso	0,04	0,96	–0,00	0,96	0,07	0,60	0,05	0,74
Zaragozano	0,06	0,44	–0,03	0,77	0,11	0,41	0,37	0,02

Nota: El valor de p es la probabilidad de aceptar la hipótesis nula (d=0) calculada con la varianza teórica.

Cuadro 4: ESTIMACIÓN DEL PARÁMETRO D EN LAS SERIES ORIGINALES

α=0,6	d; h=1	p	d; h=5	p	d; h=10	p	d; h=15	p
Índice general	0,08	0,16	0,13	0,09	0,16	0,09	0,16	0,15
Águila	–0,04	0,54	–0,09	0,25	–0,01	0,18	–0,17	0,13
Alba	0,18	0,00	0,20	0,00	0,19	0,04	0,23	0,03
Asland	0,11	0,07	0,13	0,09	0,22	0,01	0,18	0,09
Azucarera	0,02	0,74	0,08	0,33	0,12	0,22	0,12	0,29
BBV	0,07	0,26	0,09	0,22	0,15	0,10	0,22	0,04
Central-Hispano	0,05	0,42	–0,01	0,90	–0,01	0,90	0,01	0,89
Cristalería	0,08	0,17	0,14	0,07	0,28	0,00	0,24	0,03
Duro Felguera	0,04	0,46	0,02	0,78	–0,00	0,98	0,03	0,76
Fecsa	0,03	0,62	0,05	0,52	0,08	0,38	0,14	0,21
Fenosa	0,04	0,56	0,06	0,48	0,02	0,81	0,00	1,00
Finanzauto	0,00	1,00	–0,04	0,56	0,00	1,00	–0,01	0,92
FOM. C. y C.	0,01	0,91	–0,03	0,68	–0,07	0,47	–0,18	0,11
Gas natural	0,03	0,58	–0,00	0,92	–0,05	0,60	–0,04	0,72
General invers.	–0,00	0,92	0,13	0,09	0,20	0,02	0,18	0,10
Iberdrola	–0,00	0,90	–0,03	0,64	–0,09	0,32	–0,04	0,72
Mapfre	0,07	0,24	–0,03	0,63	0,04	0,68	0,01	0,88
Papelera	0,04	0,46	0,01	0,89	–0,01	0,87	0,00	0,95
Portland V.	0,00	0,92	–0,05	0,50	–0,08	0,39	–0,14	0,20
Renault	0,06	0,43	–0,05	0,62	–0,04	0,72	–0,03	0,84
Santander	–0,01	0,83	–0,08	0,30	–0,04	0,62	–0,04	0,68
Sevillana	0,04	0,51	0,05	0,54	–0,02	0,86	0,09	0,42
Sniace	–0,03	0,56	–0,02	0,72	0,10	0,25	0,18	0,09
Tabacalera	0,11	0,07	0,07	0,36	0,18	0,05	0,12	0,26
Telefónica	0,00	0,97	0,03	0,64	0,08	0,37	0,09	0,38
Tudor	0,00	1,00	–0,04	0,63	0,05	0,60	0,00	1,00
Unión y Fénix	0,19	0,00	0,21	0,00	0,26	0,00	0,34	0,00
Uralita	0,12	0,05	0,13	0,10	0,19	0,04	0,14	0,20
Urbis	0,14	0,02	0,12	0,12	0,16	0,09	0,13	0,24
Vallehermoso	0,01	0,80	–0,02	0,76	0,00	0,94	–0,01	0,87
Zaragozano	0,03	0,64	–0,04	0,61	0,03	0,75	0,16	0,15

Nota:El valor de p es la probabilidad de aceptar la hipótesis nula (d=0) calculada con la varianza teórica.

analizar. En primer lugar, que la elección de h no es irrelevante, puesto que con h=10 y 15 aumenta el número de títulos que presentan parámetro de diferenciación fraccional distinto de cero. La inexistencia de una guía precisa de elección impide considerar o no estos resultados, aunque, en nuestro caso, no modifiquen sensiblemente las conclusiones generales de rechazo del ajuste de series fraccionalmente integradas. En segundo lugar, las series ajustadas por el autorregresivo mantienen en su totalidad las conclusiones anteriores ofreciendo estimaciones de d muy próximas a las de las series originales, lo que avala que las series con autorregresivos de primer orden moderados no sufren de sesgos importantes en la estimación con el método GPH.

Adicionalmente, parece conveniente una reflexión sobre la elección de K. En la exigencia de GPH sobre este parámetro, como manifiestan a lo largo del artículo, subyace la eliminación de un elemento de la regresión que resulta próximo a cero en frecuencias ω_j cercanas a cero. En la medida en que j aumenta, ω_j se aleja más de cero, inclumpliéndose la suposición práctica y deteriorando la precisión del intervalo de confianza. En sus resultados simulados indican que muestras de 100 observaciones o más parecen adecuadas. Pero cuando se lleva a la práctica, aparecen cuestiones que no han sido precisadas adecuadamente. Supongamos una serie de 13 años de datos mensuales, con 156 observaciones. Si se adopta la sugerencia de α=0,5, se tomará K=12,49 (en la práctica K=12, puesto que K debe ser un valor entero) y la frecuencia mayor incorporada a la regresión es ω_K=0,5030. Consideremos el mismo periodo temporal pero con, aproximadamente, 3000 datos diarios. En este caso K=54,77 (en la práctica K=54) y la mayor frecuencia ω_K=0,1147. El tamaño de frecuencias es radicalmente distinto, de modo que se precisaría un valor de K=240 para tener un valor igual de frecuencia máxima, lo que equivale aproximadamente a α=0,685.

Sin que aparezcan explícitamente estas cuestiones, pero conocedores de la indeterminación en la elección de K y sus implicaciones, GPH sugieren sensibilizar los resultados. Esto ha llevado a que algunos autores estimen d sobre diferentes valores de K [véase Cheung (1993b) y Mills (1993)]. En nuestro caso hemos estimado nuevamente d para α=0,55 y α=0,6 sobre valores de h = 1,5,10,15 recogidos en los cuadros 3 y 4. Los cuadros 6 y 7 contienen las correspondientes estimaciones de d tras haber ajustado un AR(1) a las series originales.

La elección de α=0,55 y h=1 hace que 9 títulos den muestras de memoria a largo plazo (nótese que sólo tres títulos son significativos al 5% y que sólo uno lo es al 1%). Este hecho se mantiene en tres de ellos (Alba, Duro Felguera y FENOSA) para todos los valores de h. El Indice General y Azucarera ofrecen un comportamiento muy próximo a estos últimos, aunque no resultan significativos para h=1 al nivel de significación utilizado (10%). La elección de α=0,6 sigue poniendo de manifiesto la memoria a largo plazo de Alba y General de Inversiones ya detectada con α=0,5 y 0,55. En cambio, Duro Felguera y Sevillana dejan de mostrar valores significativos, mientras que Sniace y BBV exhiben memoria a largo plazo que no se había detectado con los otros valores de α. Otros títulos, como Asland y Unión y Fénix, presentan estimaciones significativas para todos los valores de h con α=0,6 cuando apenas habían mostrado algún indicio de memoria salvo para valores de α y h particulares.

Las estimaciones sobre las series ajustadas mantienen prácticamente sus valores primitivos. Quizás las únicas modificaciones relevantes sean que para Gas Natural (α=0,55) y el Indice General (α=0,6) dejan de ser significativos.

Cuadro 5: ESTIMACIÓN DEL PARÁMETRO D EN LAS SERIES UNA VEZ QUE HAN SIDO CORREGIDAS MEDIANTE EL AJUSTE DE UN AR(1)

α=0,5	d; h=1	p	d; h=5	p	d; h=10	p	d; h=15	p
Índice general	0,04	0,64	0,12	0,38	0,21	0,30	0,27	0,32
Águila	0,01	0,88	–0,08	0,55	–0,21	0,30	–0,50	0,07
Alba	0,18	0,06	0,23	0,11	0,19	0,36	0,34	0,22
Asland	0,09	0,36	0,10	0,48	0,39	0,06	0,32	0,24
Azucarera	–0,04	0,64	0,03	0,80	0,17	0,40	0,27	0,33
BBV	0,03	0,72	0,12	0,40	0,12	0,54	0,09	0,74
Central-Hispano	0,00	0,97	–0,20	0,17	–0,38	0,06	0,64	0,02
Cristalería	–0,05	0,62	–0,04	0,75	0,22	0,28	0,05	0,84
Duro Felguera	0,14	0,14	0,19	0,18	0,26	0,20	0,61	0,03
Fecsa	0,00	1,00	0,00	1,00	0,03	0,88	0,18	0,51
Fenosa	0,07	0,48	0,17	0,24	0,16	0,42	0,24	0,37
Finanzauto	0,03	0,72	–0,03	0,83	0,14	0,49	0,24	0,38
FOM. C. y C.	0,14	0,14	0,16	0,26	0,19	0,35	–0,05	0,87
Gas natural	0,13	0,16	0,11	0,42	0,10	0,62	0,27	0,32
General invers.	–0,10	0,31	0,14	0,33	0,40	0,05	0,45	0,10
Iberdrola	0,05	0,58	0,03	0,80	–0,07	0,70	–0,15	0,58
Mapfre	0,14	0,14	–0,07	0,60	0,26	0,20	0,43	0,12
Papelera	0,08	0,38	0,02	0,86	–0,05	0,76	0,00	0,98
Portland V.	0,09	0,34	0,01	0,92	–0,01	0,94	–0,20	0,47
Renault	0,03	0,72	–0,17	0,23	–0,26	0,20	–0,40	0,15
Santander	0,02	0,82	–0,12	0,38	–0,07	0,72	–0,04	0,88
Sevillana	0,14	0,14	0,26	0,06	0,24	0,22	0,19	0,48
Sniace	–0,08	0,40	–0,05	0,68	0,14	0,50	0,45	0,10
Tabacalera	–0,02	0,82	–0,16	0,26	–0,00	0,99	–0,30	0,28
Telefónica	–0,04	0,96	0,12	0,26	0,39	0,05	0,62	0,02
Tudor	0,00	1,00	–0,11	0,43	0,16	0,43	0,04	0,88
Unión y Fénix	0,04	0,68	–0,03	0,84	–0,04	0,84	0,03	0,91
Uralita	0,09	0,36	0,07	0,60	0,23	0,25	0,09	0,74
Urbis	0,11	0,26	0,04	0,78	0,06	0,74	–0,10	0,72
Vallehermoso	0,06	0,52	0,00	0,96	0,10	0,60	0,08	0,76
Zaragozano	–0,08	0,41	–0,37	0,00	–0,36	0,07	–0,08	0,77

Nota: El valor de p es la probabilidad de aceptar la hipótesis nula (d=0) calculada con la varianza teórica.

Cuadro 6: ESTIMACIÓN DEL PARÁMETRO D EN LAS SERIES UNA VEZ QUE HAN SIDO CORREGIDAS MEDIANTE EL AJUSTE DE UN AR(1)

α=0,55	d; h=1	p	d; h=5	p	d; h=10	p	d; h=15	p
Índice general	0,11	0,16	0,19	0,06	0,27	0,04	0,31	0,05
Águila	–0,04	0,57	–0,14	0,19	–0,22	0,10	–0,36	0,03
Alba	0,22	0,00	0,27	0,00	0,26	0,04	0,34	0,02
Asland	0,05	0,51	0,04	0,70	0,16	0,22	0,06	0,70
Azucarera	0,08	0,29	0,21	0,05	0,34	0,00	0,43	0,00
BBV	0,09	0,22	0,03	0,72	0,09	0,46	0,26	0,12
Central-Hispano	0,01	0,91	–0,11	0,29	–0,17	0,21	–0,23	0,17
Cristalería	0,03	0,72	0,08	0,47	0,27	0,04	0,21	0,20
Duro Felguera	0,15	0,04	0,19	0,06	0,23	0,08	0,39	0,02
Fecsa	–0,03	0,69	–0,04	0,70	–0,03	0,82	0,02	0,93
Fenosa	0,13	0,10	0,22	0,03	0,24	0,07	0,31	0,06
Finanzauto	0,12	0,13	0,12	0,25	0,27	0,04	0,36	0,03
FOM. C. y C.	0,10	0,21	0,09	0,38	0,09	0,82	–0,06	0,71
Gas natural	0,12	0,12	0,10	0,34	0,08	0,54	0,16	0,34
General invers.	–0,03	0,64	0,14	0,17	0,29	0,03	0,27	0,10
Iberdrola	0,08	0,30	0,08	0,40	0,04	0,70	0,19	0,24
Mapfre	0,08	0,30	–0,09	0,38	0,06	0,64	0,04	0,76
Papelera	0,06	0,44	0,01	0,88	–0,02	0,82	0,02	0,90
Portland V.	0,06	0,44	0,00	0,99	–0,02	0,88	–0,10	0,54
Renault	0,06	0,42	–0,05	0,62	–0,04	0,74	–0,03	0,84
Santander	0,02	0,80	––0,06	0,52	–0,01	0,94	–0,02	0,88
Sevillana	0,14	0,08	0,21	0,05	0,17	0,21	0,11	0,51
Sniace	–0,06	0,40	–0,03	0,76	0,09	0,50	0,22	0,18
Tabacalera	0,13	0,07	0,09	0,38	0,28	0,03	0,22	0,18
Telefónica	–0,01	0,86	0,03	0,76	0,11	0,42	0,14	0,40
Tudor	0,04	0,63	0,00	1,00	0,18	0,18	0,13	0,44
Unión y Fénix	0,13	0,10	0,12	0,25	0,17	0,25	0,27	0,11
Uralita	0,11	0,15	0,12	0,24	0,26	0,05	0,20	0,22
Urbis	0,16	0,04	0,14	0,18	0,22	0,11	0,18	0,28
Vallehermoso	0,05	0,52	0,01	0,92	0,07	0,56	0,06	0,70
Zaragozano	0,06	0,44	–0,03	0,80	0,11	0,42	0,37	0,02

Nota: El valor de p es la probabilidad de aceptar la hipótesis nula (d=0) calculada con la varianza teórica.

Cuadro 7: ESTIMACIÓN DEL PARÁMETRO D EN LAS SERIES UNA VEZ QUE HAN SIDO CORREGIDAS MEDIANTE EL AJUSTE DE UN AR(1)

α=0,6	d; h=1	p	d; h=5	p	d; h=10	p	d; h=15	p
Índice general	0,07	0,26	0,11	0,14	0,14	0,14	0,13	0,24
Águila	–0,04	0,53	–0,09	0,25	–0,13	0,17	–0,18	0,10
Alba	0,20	0,00	0,23	0,00	0,22	0,02	0,27	0,00
Asland	0,11	0,07	0,13	0,09	0,23	0,01	0,19	0,09
Azucarera	–0,02	0,74	0,07	0,34	0,11	0,23	0,11	0,29
BBV	0,14	0,02	0,12	0,13	0,18	0,05	0,29	0,00
Central-Hispano	0,04	0,50	–0,02	0,82	–0,02	0,84	–0,02	0,84
Cristalería	0,08	0,19	0,14	0,08	0,27	0,00	0,23	0,03
Duro Felguera	0,05	0,42	0,03	0,70	0,01	0,94	0,05	0,67
Fecsa	0,03	0,58	0,05	0,49	0,08	0,40	0,14	0,21
Fenosa	0,03	0,57	0,06	0,46	0,02	0,83	0,00	1,00
Finanzauto	0,00	1,00	–0,04	0,56	0,00	1,00	–0,01	0,92
FOM. C. y C.	0,00	0,93	–0,03	0,66	–0,07	0,45	–0,19	0,09
Gas natural	0,04	0,46	0,01	0,92	–0,03	0,72	–0,01	0,89
General invers.	–0,01	0,82	0,12	0,14	0,19	0,04	0,16	0,14
Iberdrola	–0,01	0,92	–0,03	0,66	–0,09	0,34	–0,04	0,72
Mapfre	0,06	0,32	–0,06	0,46	0,03	0,72	0,01	0,91
Papelera	0,04	0,46	0,01	0,88	–0,01	0,84	0,01	0,91
Portland V.	0,01	0,80	–0,04	0,60	–0,06	0,49	–0,12	0,27
Renault	0,07	0,22	0,01	0,91	0,03	0,72	0,06	0,56
Santander	–0,01	0,80	–0,08	0,30	–0,05	0,58	–0,04	0,79
Sevillana	0,04	0,52	0,05	0,54	–0,02	0,85	–0,09	0,42
Sniace	–0,02	0,70	0,02	0,78	0,11	0,24	0,19	0,09
Tabacalera	0,11	0,07	0,07	0,36	0,18	0,05	0,12	0,26
Telefónica	0,01	0,86	0,05	0,52	0,10	0,29	0,12	0,28
Tudor	0,00	1,00	–0,04	0,61	0,05	0,61	0,00	1,00
Unión y Fénix	–0,18	0,00	0,20	0,00	0,26	0,00	0,33	0,00
Uralita	0,12	0,05	0,12	0,10	0,19	0,05	0,14	0,21
Urbis	0,14	0,02	0,12	0,12	0,16	0,09	0,13	0,24
Vallehermoso	0,02	0,78	–0,02	0,76	0,01	0,92	–0,02	0,87
Zaragozano	0,02	0,66	–0,04	0,56	0,03	0,76	0,15	0,16

Nota: El valor de p es la probabilidad de aceptar la hipótesis nula (d=0) calculada con la varianza teórica.

El cuadro 8 presenta un sucinto resumen de las estimaciones realizadas sobre las series originales. Revisando todos los cálculos efectuados, tan sólo 10 títulos no ofrecen en ningún caso valores de d significativamente mayores que 0. Estos son: FECSA, Fomento de Construcciones y Contratas, Iberdrola, Mapfre, Papelera, Portland-Valderrivas, Renault, Santander, Tudor y Vallehermoso, si bien Gas Natural y Sniace sólo aparecen para un valor de α y h particulares. Ahora bien, obviando las precisiones de Kunsch, con el valor de h=1 sugerido en el trabajo de GPH, el número de series aumenta hasta 21 (al 10%) y 28 (al 5%).

El máximo número de parámetros de diferenciación fraccional significativamente distintos de cero se encuentra en h=10 para α=0,55 y α=0,6, totalizando 9 títulos individuales además del Indice General. La elección de α=0,55 ofrece mayor número de rechazos de la hipótesis nula considerando todas las posibles alternativas de h. Por otro lado, de los resultados globales parece desprenderse que la elección de h=15 no es la más adecuada puesto que la eliminación de demasiadas frecuencias cercanas al origen ocasiona estimaciones poco acordes con el resto de los valores calculados. Obsérvese que Aguila y Central Hispano muestran estimaciones significativas negativas para dicho valor de h.

A modo de complemento, los gráficos 1 a 3 muestran las funciones de autocorrelación hasta 250 retardos de tres series: Alba, Indice General y Banco de Santander, representativas, respectivamente, de casos de detección clara de persistencia en la serie completa, inestabilidad de las estimaciones y rechazo de memoria a largo plazo. Recuérdese que en los procesos puros de integración fraccional los coeficientes de autocorrelación son siempre positivos y su decaimiento es muy lento. Este último aspecto puede intuirse en el caso de Alba y no parece manifestarse en el Banco de Santander.

La modificación de α ha provocado una variación apreciable en las conclusiones ya que, por ejemplo, Telefónica sólo presenta d>0 con α=0,5, mientras que el Indice General, Cristalería, Tabacalera, Unión y Fénix, Urbis y Uralita sólo ofrecen este resultado con α=0,55 y α=0,6; Duro Felguera y Sevillana con α=0,5 y α=0,55; Asland con α=0,5 y α=0,6; Azucarera, Fenosa y Finanzauto con α=0,55 y el BBV, por su parte, resulta consistente con esta dependencia sólo para α=0,6. Tan sólo 2 títulos (y para algunos valores de h) permiten rechazar la hipótesis nula independientemente de la elección de K: Alba y General de Inversiones. Contrariamente a lo expuesto por Cheung (1993a), utilizar un valor de α más grande no supone necesariamente un valor menor de d*, debido a la "contaminación de los resultados conforme se incluyen más ordenadas en la regresión" [GPH (1983)].

Hay que tener en cuenta que, para Sowell (1992b), la relación utilizada por GPH funciona adecuadamente en series fraccionalmente integradas puras, esto es, sin términos AR o MA, por lo que cuando éstos se presentan, el método GPH puede estar influido por la dinámica a corto plazo de las series. Cheung (1993a), pág. 94, en cambio, indica que con "una apropiada elección de K, la distribución asintótica de d* no depende ni del orden del componente ARMA ni de la distribución del término de error del proceso ARFIMA". Si se asume que esto es cierto, el problema radica en la determinación del K apropiado, aspecto que, sin ser arbitrario, no se encuentra sometido a una disciplina clara y general y, sin embargo, no resulta irrelevante dada la sensibilidad que ha mostrado el contraste de GPH a la elección de α. A este respecto, GPH (1983) señalan que, si los resultados son sensibles a la elección de K, ésta debe escogerse pequeña y

Cuadro 8: Resumen de resultados para los diferentes valores de α y h

	α = 0,5				α = 0,55				α = 0,6			
h =	1	5	10	15	1	5	10	15	1	5	10	15
Índice general						S	S	S		S	S	
Águila												
Alba	S	S			S	S	S	S	S	S	S	S
Asland			S						S	S	S	S
Azucarera						S	S	S				
BBV											S	S
Central-Hispano												
Cristalería							S			S	S	S
Duro Felguera				S	S	S	S	S				
Fecsa												
Fenosa					S	S	S	S				
Finanzauto							S	S				
FOM. C. y C.												
Gas Natural					S							
General Inver.			S	S			S	S		S	S	S
Iberdrola												
Mapfre												
Papelera												
Portland Val.												
Renault												
Santander												
Sevillana		S			S	S						
Sniace												S
Tabacalera					S		S		S		S	
Telefónica			S	S								
Tudor												
Unión y Fénix					S				S	S	S	S
Uralita					S		S		S	S	S	
Urbis					S				S		S	
Vallehermoso												
Zaragozano								S				

Nota: S denota parámetro de diferenciación fraccional mayor que cero, representativo de memoria a largo plazo a un nivel del 10%.

Cuadro 9: ESTIMACIÓN DEL PARÁMETRO D EN CADA SUBMUESTRA

	Periodo 1980 - 1986			Periodo 1986 - 1992		
α = 0,5	h=1	h=5	h=10	h=1	h=5	h=10
Índice general	0,21*	0,11	0,10	0,09	0,50**	0,72**
Alba	0,20*	0,03	–0,01	–0,05	0,21	0,30
Asland	–0,02	–0,26	–0,91***	0,00	0,31	0,32
Cristalería	0,15	0,00	0,32	–0,02	0,21	0,40
Duro Felguera	0,15	0,22	0,30	–0,05	0,25	0,68***
General invers.	0,02	0,23	0,30	–0,11	0,12	0,06
Zaragozano	0,07	0,00	0,34	–0,14	–0,17	–0,09
α=0.55	h=1	h=5	h=10	h=1	h=5	h=10
Índice general	0,13	0,02	–0,11	0,14	0,41***	0,46**
Alba	0,07	–0,12	–0,25	–0,04	0,12	0,12
Asland	0,00	–0,13	–0,38*	0,04	0,25*	0,23
Cristalería	0,15	0,06	0,25	0,02	0,21	0,31
Duro Felguera	–0,01	–0,09	–0,22	–0,02	0,18	0,37*
General invers.	–0,02	0,06	0,02	–0,02	0,18	0,18
Zaragozano	0,23***	0,30**	0,60***	–0,12	–0,12	–0,07
α=0.60	h=1	h=5	h=10	h=1	h=5	h=10
Índice general	0,13	0,06	0,05	0,12	0,29***	0,28**
Alba	0,13*	0,04	0,04	–0,03	0,08	0,06
Asland	0,02	–0,04	–0,16	0,07	0,22**	0,20
Cristalería	0,08	–0,01	0,05	0,10	0,26**	0,34**
Duro Felguera	0,01	–0,02	–0,06	–0,04	0,06	0,13
General invers.	0,05	0,15	0,16	0,12	0,32***	0,37**
Zaragozano	0,18**	0,20*	0,32**	–0,08	–0,07	–0,03

Nota: ***; **; *; indican significación al 1%; 5% y 10% respectivamente.

Cheung (1993b) sugiere un tamaño inversamente relacionado con la correlación serial aunque, en ambos casos, no se indica una cuantificación operativa de dichas medidas.

Resumiendo los resultados, podría concluirse el rechazo, en términos generales, de la presencia de un parámetro de diferenciación fraccional que sea significativamente distinto de cero. Salvo en las excepciones, Alba y General de Inversiones, el resto de los títulos que presentan ocasionalmente parametros d positivos han mostrado un perfil errático, en el sentido de que aumentar α o h provocaba que algunos fuesen significativos y otros dejasen de serlo. Como se indicó con anterioridad, Cheung (1993b) señalaba como fuentes potenciales de sesgo a grandes componentes AR o MA o a saltos en la media. En nuestro caso, la primera causa no parece justificar suficientemente las inestabilidades detectadas. La inspección visual de las series tampoco parece revelar movimientos bruscos en la media (Véanse los gráficos 4 a 6 correspondientes a las tres series mencionadas anteriormente). No obstante, es conocido el efecto que tuvo sobre los precios bursátiles la "crisis" de 1987, así como los distintos efectos que han podido producir el paso al mercado continuo y la incorporación de opciones sobre el IBEX35 y sobre acciones individuales. Por ello, el Cuadro 9 presenta los resultados de subdividir algunas de las series que han mostrado más frecuentemente parámetros d significativos y/o inestabilidades. Así, el primer periodo abarca de 1980 a mitad de 1986 y el segundo, de mitad de 1986 a 1992 (El valor de h=15 no se ha incluido, al reducir a la mitad el tamaño muestral). Con una breve inspección de dicho cuadro se observa que los resultados no se mantienen estables entre submuestras ni con la muestra total, permitiendo aceptar ocasionalmente la hipótesis de integración fraccional. Estos datos permiten pensar que el comportamiento del último periodo y su alteración con respecto al anterior puede ser la justificación de las inestabilidades detectadas. No obstante, este proceso de subdivisión, y la extracción de conclusiones del mismo, no es definitiva, puesto que, como afirma Cheung (1993b), pág. 343, "esto naturalmente conduce a un interesante tema de investigación futura: un contraste de integración fraccional en presencia de cambios estructurales".

4. Conclusiones

La posibilidad de predicción a largo plazo de las acciones, detectada en estudios recientes, ha dirigido un ámplio número de trabajos destinados a averiguar si la causa puede ser la presencia de memoria a largo plazo en el comportamiento de los activos. En el caso del mercado de valores español, Blasco y Santamaría (1994) contrastan la presencia de memoria a largo plazo utilizando el análisis R/S y la modificación de Lo (1991). La ausencia de resultados totalmente concluyentes, así como las limitaciones de este contraste frente a las alternativas fraccionalmente integradas, aconsejan la utilización de contrastes más específicos como el de GPH.

Los resultados obtenidos, aunque con las reservas derivadas de las diferentes consideraciones apuntadas en el desarrollo del trabajo, no permiten afirmar, en términos generales, que las series de rentabilidades del mercado de valores español sean fraccionalmente integradas. Si bien para algunos activos individuales puede aceptarse su ajuste, las inestabilidades detectadas en las estimaciones y los resultados de la estimación sobre submuestras motiva que estos casos sean analizados

Gráfico 1: Función de autocorrelación del índice general

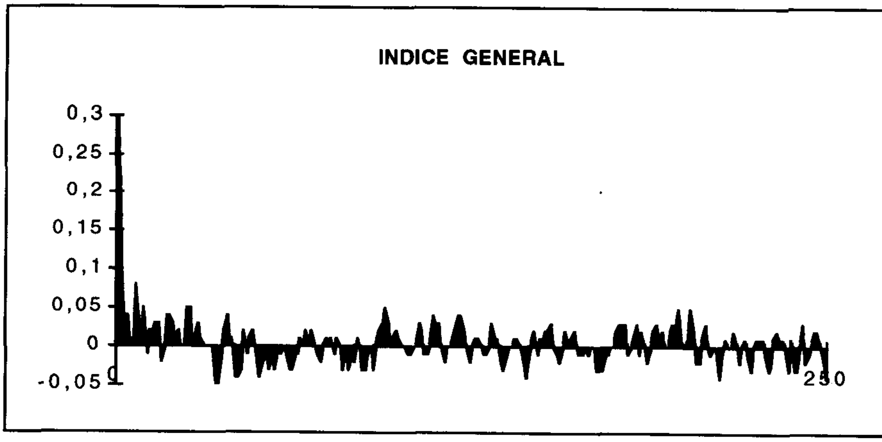


Gráfico 2: Función de autocorrelación de alba

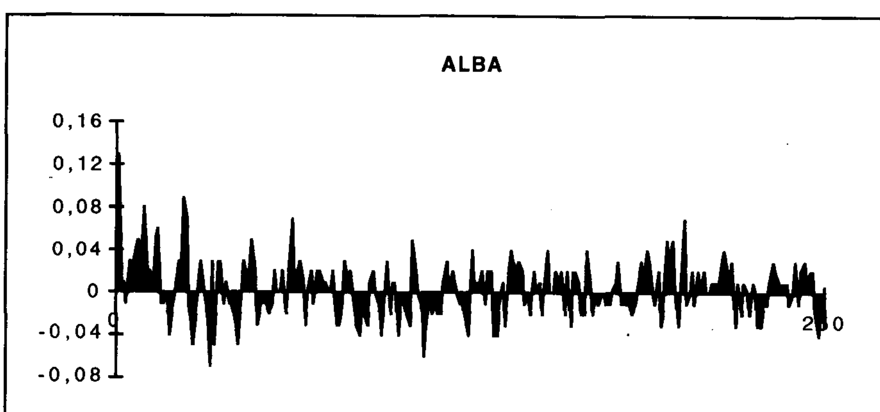


Gráfico 3: FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN DEL BANCO DE SANTANDER

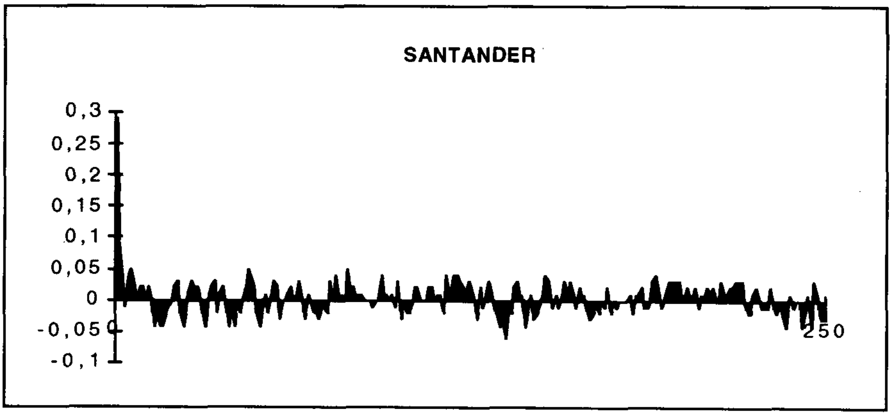


Gráfico 4: SERIE TEMPORAL DE RENTABILIDADES DE ALBA

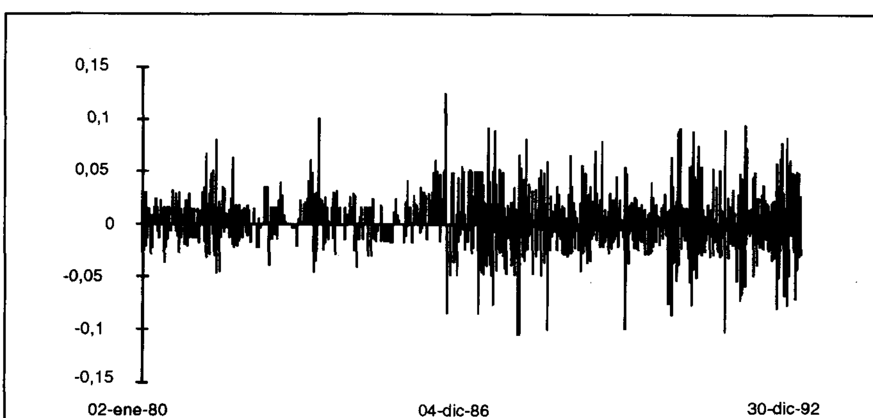


Gráfico 5: Serie temporal de rentabilidades del índice general

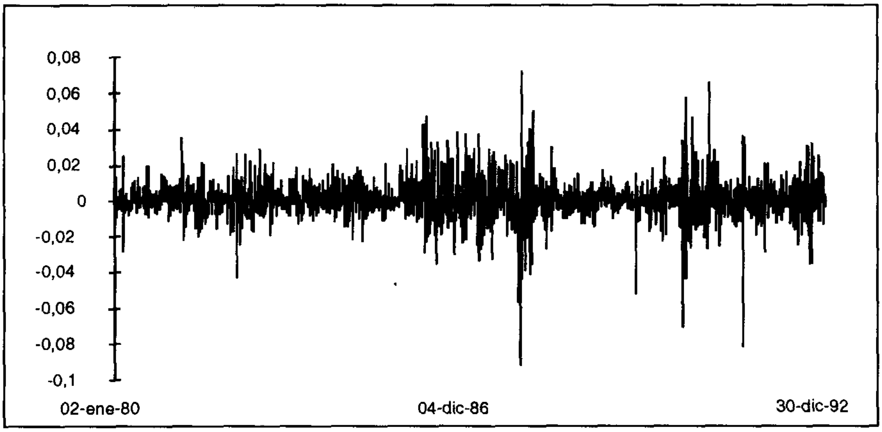
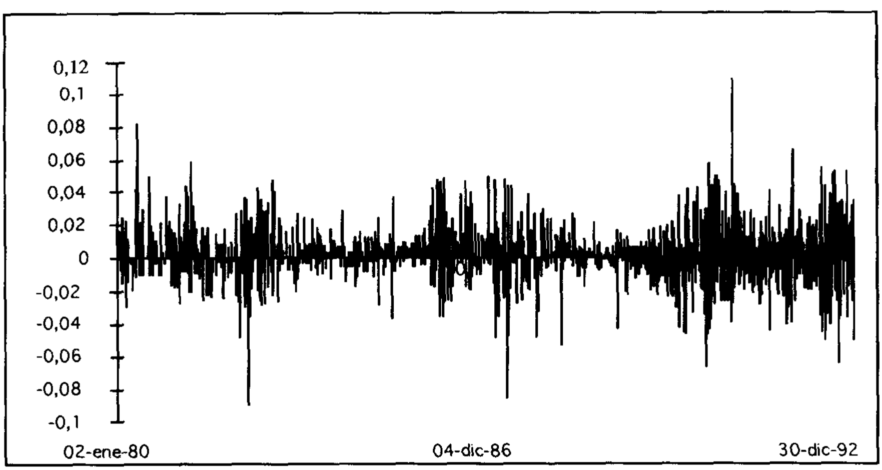


Gráfico 6: Serie temporal de rentabilidades de Santander



con cautela a falta de contrastes de integración fraccional en presencia de cambios estructurales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Agiakloglou C. y Newold P. (1994): "Lagrange multiplier test for fractional difference", *Journal of Time Series Analysis*, 15, 3, págs. 253-262.

Agiakloglou C. *et al.* (1993): "Bias in an estimator of the fractional difference parameter", *Journal of the Time Series Analysis*, 14, 3, págs. 235-246.

Ambrose B.W, Weinstock E. y Griffiths M.D. (1993): "Fractal structure in the capital markets revisited", *Financial Analysts Journal*, Mayo-Junio, págs. 73-77.

Blasco N. y Santamaría R. (1994): "Memoria a Largo Plazo en el Mercado de Valores Español: Una Aproximación a través del Análisis R/S", *Investigaciones Económicas*, Septiembre, vol. 18, n.º 3, págs. 571-583.

Cheung Y.W.(1993a): "Long memory in foreign-exchange rates", *Journal of Business and Economic Statistics*, 11,1, págs. 93-101.

Cheung Y.W (1993b): "Test for fractional integration: A Monte Carlo investigation", *Journal of Time Series Analysis*, 14, 4, págs. 331-345.

Diebold F.X. y Rudebush G.D. (1989): "Long memory and persistence in aggregate output", *Journal of Monetary Economics*, 24, págs. 189-209.

Fama E.F. y French K.R. (1988): "Permanent and temporary components of stock prices", *Journal of Political Economy*, 96, págs. 246-273.

Geweke J. y Porter-Hudak S. (1983): "The estimation and application of long memory time series models", *Journal of Time Series Analysis*, 4, 4, págs. 221-238.

Granger C.W.J. y Joyeux R. (1980): "An introduction to long-memory Time Series Models and Fractional Differencing", *Journal of Time Series Analysis*, 1, págs. 15-29.

Hosking J.R.M. (1981): "Fractional differencing", *Biometrika*, 68, págs. 165-176.

Hurst, H.E. (1951): "Long-Term Storage of Reservoirs", *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116.

Jegadeesh N. (1991): "Seasonality in stock price mean reversion: evidence from the US and the UK.", *Journal of Finance*, 46, págs. 1427-1444

Kim M., Nelson C. y Startz R. (1991): "Mean reversion in stock prices: A reappraisal of the empirical evidence", *Review of Economic Studies*, 58, pags. 515-528.

Kunsch H. (1986): "Discrimination between monotonic trends and long-range dependence", *Journal of Applied Probability*, 23, págs. 1025-1030.

Li W.K. y McLeod A.I. (1986): "Fractional time series modeling", *Biometrika*, 73, págs. 217-221.

Lo A.W. (1991): "Long-Term memory in stock market prices", *Econometrica*, 59, 5, págs. 1279-1313.

Lo A. y Mackinlay C. (1988): "Stock market prices do not follow random walks: Evidence from a simple specification test", *Review of Financial Studies*, 1, págs. 41-66.

MacDonald R. y Power D.M. (1993): "Persistence in UK share returns: Some evidence from disaggregated data", *Applied Financial Economics*, 3, págs. 27-38.

Mandelbrot B.B. (1972): "Statistical methodology for nonperiodic cycles: from covariance to R/S analysis", *Annals of Economic and Social Measurement*, 1, Julio, págs. 259-290.

McLeod A.I. y Hipel K (1978): "Preservation of the rescaled adjusted range", *Water Resources Research*, 14, 3, págs. 491-508.

Mills T.C. (1991): "Assessing the predictability of UK stock market returns using statistics based on multiperiod returns", *Applied Financial Economics*, 1, págs. 241-245.

Mills T.C. (1993): "Is there long-term memory in UK stock returns", *Applied Financial Economics*, 3, págs. 303-306.

Peters, E.E. (1991): "Chaos and order in the capital markets", Joan Wiley & sons, New York.

Poterba J. y Summers L. (1988): "Mean reversion in stock returns: Evidence and implications", *Journal of Financial Economics,* 22 págs. 27-60.

Robinson, P.M. (1991): "Testing for Strong Serial Correlation and Dynamic Conditional Heteroskedasticity in Multiple Regression", *Journal of Econometrics,* 47, págs. 67-84.

Said S.E. y Dickey D.A.(1984): "Testing for unit roots in autoregressive moving average models of unknown order", *Biometrika,* 71, págs. 599-607.

Sowell F. (1992a): "Maximun likelihood estimation of stationary univariate fractionaly integrated time series models", *Journal of Econometrics,* 53, págs 165-188.

Sowell F. (1992b): "Modeling long-run behavior with the fractional ARIMA model", *Journal of Monetary Economics,* 29, págs. 277-302.

Fecha de recepción del original: Febrero, 1994
Versión final: Enero, 1995

ABSTRACT

Recently studies published have shown the presence of long-term predictability in stock returns. As fractionally integrated time series models [Granger and Joyeux (1980) and Hosking (1981)] exhibit dependence even over very long time spans, it is possible that returns follow the same kind of processes. The results obtained, although presented with certain reservations, do not allow us to confirm, in general terms, that the returns series of the Spanish stock market are fractionally integrated.
Keywords: GPH Test, long term dependence, fractional differencing, stock market.