Revista de Economía Aplicada E A *Número 9 (vol. III), 1995, págs. 67 a 90*

VALORACIÓN DE OPCIONES EN UN MERCADO DE RENTA VARIABLE*

FRANCISCO P. CALATAYUD
ROSA M. LORENZO ALEGRÍA
Universidad de La Laguna

El modelo de valoración de Black-Scholes (1973) ha sido frecuentemente contrastado a partir de observaciones obtenidas en diferentes mercados de opciones y, en general, se ha observado que el modelo infravalora las opciones que están *out-of-the-money* y próximas a su vencimiento. Varios intentos se han realizado en la literatura para mejorar la capacidad predictiva de los modelos de valoración: introducción de volatilidades estocásticas, tipos de interés variables en el tiempo, procesos descriptivos de la rentabilidad del subyacente distintos al clásico lognormal, etc. Entre estos intentos, parece especialmente sugerente el formulado por Merton en 1976 que propone que la rentabilidad del *stock* sigue un proceso de difusión con saltos (*jump diffusion process*), saltos que a su vez pueden modelizarse como un proceso de Poisson. A partir de esta hipótesis, el precio de las opciones se podría obtener como una media ponderada de los valores Black-Scholes con diferentes medidas de la varianza del proceso seguido por el *stock* según el número de saltos considerado.

En este trabajo se evalúa la capacidad predictiva del modelo de Merton, en relación al de Black-Scholes, en el reciente mercado español de opciones sobre acciones (MEFFSA Renta Variable) utilizando su segmento más líquido en 1993, 1994 y principio de 1995, esto es, las *call* sobre "Telefónica".

Palabras clave: opciones sobre acciones, valoración, proceso de difusión con saltos.

Es un hecho general y ampliamente observado por los operadores en los Mercados de Activos Financieros y, en particular, por todos aquellos que realizan un seguimiento más o menos continuado de las series de precios que en ellos se cotizan, que, en ocasiones, tales precios difieren sustancialmente entre dos observaciones consecutivas. Circunstancia que sugiere la posible inconsistencia de la hipótesis generalmente aceptada de que el proceso estocástico que genera los precios es, asintóticamente, (esto es, cuando el intervalo de tiempo entre dos tran-

(*) Agradecemos los comentarios recibidos por parte de los profesores Gonzalo Rubio, Francisco Valero, Emilio Ontiveros, Manuel Navarro, Dulce Contreras y de dos evaluadores anónimos. Cualquier error que pudiera subsistir es de nuestra absoluta responsabilidad.

sacciones tiende a cero) un proceso continuo cuyas trayectorias (recorridos muestrales) son a su vez continuas.

Desde una perspectiva económica-financiera tales "saltos" en la variable observada (el precio de un activo en particular y, en consecuencia, en su rentabilidad), siempre que presenten escasa o nula correlación con "saltos" similares en alguna variable identificativa del comportamiento general del conjunto del mercado (*e.g.* un índice del mismo), deben ser consecuencia de la difusión de información importante y específica sobre el valor que en particular se esté observando. Información, por tanto, relevante de la empresa emisora o del sector en el que ésta se encuentre encuadrada, que no haya sido anticipada por el mercado y que produzca una variación no-marginal en el precio del activo considerado. En la terminología de los modelos C.A.P.M., el componente en la variación relativa de los precios del activo (esto es, su rendimiento esperado) que reflejase la incidencia de tal información específica representaría riesgo "no sistemático", "idiosincrático", esto es, sería riesgo incorrelado con el mercado y sería riesgo diversificable.

La existencia de esos "saltos" en las trayectorias históricas observadas de los precios de los Activos Financieros, hechos aislados (*outliers*) no capturados bajo la hipótesis de un proceso estocástico continuo, ha recibido un amplio interés en la literatura y se han propuesto una gran variedad de modelizaciones alternativas que, a su vez, han sido empíricamente contrastadas en diversidad de Mercados, no obteniéndose, en ningún caso, evidencia suficiente para aceptarlas o rechazarlas totalmente y sin ambigüedad. En particular, Merton [(1976), pág. 138] indica "por consiguiente, si un periodo de observación fué un periodo «activo» (en el sentido de producción de un salto) para el *stock* y un segundo periodo de observación fue un periodo de «reposo» (en relación a la no aparición de saltos), entonces el inversor podría concluir que la tasa de varianza del proceso «percibido» no es estacionaria. Más aún, podría parecer como si existiese un efecto de «regresión» en la varianza, que Black-Scholes [(1972), págs. 405-409] han propuesto como una posible explicación a ciertas discrepancias empíricas observadas en la contrastación de su modelo"[1]. En este sentido, la familia de modelos ARCH, GARCH, EGARCH, etc. que participan del supuesto de varianzas estocásticas, o la familia de modelos de distribuciones Pareto estables de los precios de los activos con varianza finita o infinita [Mandelbrot (1963) y Fama (1965)] podrían ser considerados como alternativos a los procesos de difusión de varianza constante para caracterizar las trayectorias históricas de las rentabilidades de las acciones. Procesos de difusión para las rentabilidades que son consecuencia de procesos geométrico *brownianos* para los precios de los activos analizados. No obstante, sí es preciso destacar que mientras aquellos modelos podrían capturar cualquier tipo de saltos, sin profundizar en su sentido económico, la propuesta de Merton, como veremos más adelante, se centra en la consideración de aquellos saltos en la rentabilidad del *stock* no correlados con el mercado, es decir variaciones no sistemáticas, de naturaleza diversificable.

Subsidiariamente a esta problemática relativa a los precios de los Activos Financieros en general, la descripción del proceso estocástico que represente adecuadamente la distribución de sus rentabilidades es crucial a la hora de determinar los

(1) Las «...» son de Merton. Las frases entre paréntesis son nuestras.

precios de Derechos Contingentes (en particular opciones) emitidos sobre dichos activos.

De hecho la evidencia empírica disponible, básicamente centrada en muestreos sobre los mercados americanos (en lo que a opciones sobre renta variable se refiere), confirma errores sistemáticos en la capacidad predictiva del modelo clásico de valoración [Black-Scholes (1973)]. Errores que se han identificado en la literatura como: sesgo de precio de ejercicio, sesgo de vencimiento y sesgo de volatilidad del activo subyacente. En particular Black (1975) encuentra que el modelo de Black-Scholes (B-S en adelante) sobreestima las opciones de elevado valor intrínseco (*deep in the money*) e infraestima aquellas cuyo precio de ejercicio es significativamente superior al precio corriente del activo subyacente (*deep out of the money*). Machbeth y Merville (1979), por el contrario, obtienen resultados opuestos. Rubinstein (1985) reconcilia ambas observaciones al indicar que los sesgos de paridad sistemáticos varían a medida que se acerca el vencimiento de las opciones y que aquellos estudios se habían realizado en diferentes momentos de la vida de las opciones. Black y Scholes (1972), alternativamente, encuentran (usando datos OTC de mercados no organizados) que su modelo infravalora opciones de compra emitidas sobre activos de baja volatilidad y próximas al vencimiento, en tanto que, para opciones de compra sobre activos significativamente volátiles las predicciones del modelo de B-S son superiores a los precios de mercado.

La metodología clásica de Black-Scholes (1973), además de otras hipótesis[2], se basa en dos supuestos críticos absolutamente fundamentales en la prevalencia del análisis. Por un lado, que la negociación tiene lugar de manera continua y, por otro lado, que la realización temporal de la dinámica del precio del activo subyacente es una trayectoria continua con probabilidad 1.

La primera dificultad (la falta de realismo en la suposición de que la negociación es continua) se soslaya en Merton y Samuelson (1974, págs. 85-92) donde se muestra que la solución de negociación continua es una aproximación asintótica válida de la solución de negociación discreta. Como es sabido, la idea fundamental que sustenta el análisis de B-S es la posibilidad (bajo negociación continua) de construir una cartera combinando posiciones en opciones y activo subyacente de manera que, replicando el activo sin riesgo, impida el arbitraje entre ambos, activo sin riesgo y cartera compuesta. Sin embargo, bajo negociación discreta, la dinámica de las rentabilidades de la cartera compuesta no estará totalmente libre de riesgo, aunque la magnitud del mismo tenderá a cero a medida que el intervalo entre negociaciones tienda a su límite continuo, de tal manera que la diferencia entre la valoración de B-S bajo supuestos de negociación continua y la valoración "correcta" bajo supuestos de negociación discreta no deben diferir excesivamente sin crear posibilidades "virtuales" de arbitraje sin riesgo.

(2) Las hipótesis de B-S son: ausencia de fricciones en los mercados (no existencia de costes de transacción ni impuestos o tasas diferenciales, negociación continua, posibilidad de tomar préstamos y vender en descubierto sin restricciones ni requerimientos de márgenes o depósitos y tasas, activa y pasiva, de interés iguales); tasa de interés a corto constante y conocida por todos los operadores; no pago de dividendos por el *stock* ni existencia (en la vida de la opción) de hechos relevantes que afecten a los ingresos de los accionistas, tales como ampliaciones de capital, conversiones de deuda, etc.; opción "europea", esto es, sólo ejercitable a su vencimiento y que los precios del *stock* son generados por un movimiento geométrico *browniano* que produce una distribución log-normal para el cociente entre los mismos entre cualesquiera dos instantes temporales.

La segunda dificultad (el hecho observado de "saltos" en las trayectorias temporales de los precios del activo subyacente, lo que estaría en contra de la hipótesis de continuidad de los mismos) no es soslayable de manera inmediata en la metodología de B-S. Sin embargo, Merton (1976) deriva una fórmula de valoración de opciones bajo la hipótesis de que los precios del activo son generados por una mezcla de dos procesos, uno continuo y otro discontinuo, cuya presentación analítica y contraste empírico para el mercado de opciones español (MEFFSA, Renta Variable) constituyen el objeto del presente artículo, que se estructura como sigue: en el siguiente apartado se presenta el modelo de Merton de difusión con saltos; en el epígrafe 3 se analiza la problemática que su contrastación empírica conlleva y se propone una vía de solución. Al mismo tiempo se describe la base de datos con la que se trabaja y se presentan algunos resultados intermedios. El epígrafe 4 presenta los resultados finales y se cierra el artículo con un epígrafe de conclusiones.

1. El modelo de difusión-saltos de Merton (1976)

Tal y como explica Merton (1976, pág. 126): "Esencialmente la validez de la fórmula de B-S depende de si los cambios en los precios satisfacen una clase particular de propiedad «local» de Markov, esto es, si en cortos intervalos de tiempo, los precios del stock sólo pueden variar en pequeñas cuantías".

Entre las distintas alternativas sugeridas por la literatura para "capturar" la presencia, revelada empíricamente, de numerosos *outliers* a aquella distribución simple (algunas de las cuales se han señalado en la introducción de este artículo) destaca, por su originalidad, la que presenta Merton (1976). La idea básica es que la dinámica de los precios del activo subyacente se puede descomponer en dos partes perfectamente diferenciadas. Por un lado, un proceso geométrico *browniano* estándar de varianza constante por unidad de tiempo, cuya realización temporal es una trayectoria continua que describiría las variaciones normales en los precios. Variaciones de naturaleza marginal y debidas, básicamente, a desequilibrios temporales entre oferta y demanda, cambios en las tasas de capitalización, cambios en la estructura económica, etc. Por otro lado, un proceso de "salto" de naturaleza discreta. Es decir, la parte no anticipada del proceso que gobierna la generación de las series de precios tendría dos componentes, uno de naturaleza continua (un proceso de Wiener) y otro de naturaleza discreta. Parte no anticipada que para ser consistente con las hipótesis generales de mercado eficiente de Fama (1970), debe constituir una martingala. Merton (1976) propone, para la dinámica del componente discreto no anticipado del movimiento de los precios del activo, como candidato natural, a un proceso que se conduzca como una variable aleatoria discreta de Poisson, que será la llegada de importante cantidad de información específica del activo que producirá variaciones no marginales en los precios del mismo.

Como es sabido, una variable aleatoria ξ se dice que tiene una distribución de Poisson cuando puede tomar todos los valores enteros no negativos n=0,1,2,... con la probabilidad siguiente:

$$p[\xi = n,\ n \in Z^{+} + \{0\}] = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{n}}{n!}$$

al ser una distribución discreta su función de distribución (función de cuantía) y sus momentos característicos son:

$$p[\xi \le x] = \sum_{n=0}^{x} \frac{e^{-\lambda}\lambda^{n}}{n!}$$

$$\text{Media} = E[\xi] = \sum_{n=0}^{\infty} n\frac{e^{-\lambda}\lambda^{n}}{n!} = \lambda, \quad \text{Varianza} = E[\xi^{2}] - E[\xi]^{2} = \lambda$$

que son iguales[3] y se denomina a λ parámetro de la distribución.

Asimismo, un proceso estocástico q(t) se dice que es un proceso de Poisson si un determinado suceso (por ejemplo la llegada de información importante) se produce n veces en un intervalo de longitud t con una probabilidad

$$P_{n}(t) = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^{n}}{n!}$$

esto es, si sigue una distribución de Poisson de parámetro λt.

En nuestro caso, el suceso en cuestión es la llegada de información específica en el intervalo (t,t+h) sobre el *stock* que provoca un salto no marginal

$$\frac{S(t+h)}{S(t)} - 1$$

en su rentabilidad.

Formalmente, pues, la dinámica de precios del *stock* puede describirse como:

$$\frac{dS}{S} = (\alpha - \lambda k)dt + \sigma dz + dq\,, \qquad [1]$$

condicionada a que S=S(t) siendo S(t) el precio en t del activo subyacente, α es su tasa instantánea de rentabilidad, σ^2 su varianza instantánea condicionada a la no llegada de nueva información importante (esto es, si no ocurre el suceso de Poisson), dz es un proceso standard de Gauss-Wiener, q(t) es un proceso independiente de Poisson descrito por

$$dq = \begin{cases} 0 & \text{si no ocurre el suceso de Poisson} \\ Y - 1 & \text{si ocurre el suceso de Poisson} \end{cases}$$

dq y dz se suponen independientes, λ es el número medio de llegadas de información por unidad de tiempo, Y es igual a

$$\frac{S(t+h)}{S(t)}$$

h es la longitud del intervalo en el que existe probabilidad de llegada de nueva información específica susceptible de producir un salto no marginal S(t+h)-S(t) en los precios del stock y k=ζ[Y-1] siendo ζ el operador esperanza matemática calculado en el rango de la variable aleatoria Y.

(3) Véase Arnaiz (1978), págs. 140-143 y págs. 406-410.

La integración de [1] entre 0 y t proporciona la siguiente expresión:

$$\frac{S(t)}{S(0)} = e^{\left[\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2} - \lambda k\right)t + \sigma Z(t)\right]} Y(n) \qquad [1']$$

donde Z(t) es una variable aleatoria distribuída normalmente con media cero y varianza igual a t e Y(n) está definida como sigue:

$$Y(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ \prod_{j=1}^{n} Y_j & \text{si } n \geq 1 \end{cases}$$

estando las Y_j (las variables que determinan la amplitud del salto) idéntica e independientemente distribuidas y siendo n la variable aleatoria de Poisson de parámetro λt que determina la realización del suceso "generación de una discontinuidad".

En el caso especial de que Y_j esté distribuída de modo lognormal ($\forall j$) y que la media de la amplitud de los saltos (k) sea cero, entonces tomando logaritmos en la expresión [1'] resulta,

$$\ln \frac{S(t)}{S(0)} = \left[\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right] t + \sigma Z(t) + \sum_{j=1}^{n} \ln Y_j$$

por lo que S(t)/S(0) será a su vez lognormal con varianza estocástica, distribuída (la varianza) como una variable aleatoria de Poisson.

En cuanto a la opción, la descripción de su dinámica descansa en el hecho observado por Cox y Ross (1976, p.146) de que si se cumplen las conclusiones de los Teoremas de Modigliani-Miller (esto es, que todos los activos financieros que comportan derechos sobre los resultados futuros de una determinada empresa, por complejos que sean, son equivalentes al más simple de entre todos ellos) entonces, sea cual sea el proceso que gobierne la dinámica de precios de una acción emitida por una determinada empresa, cualquier opción emitida sobre tal acción tendrá un proceso generador de precios (localmente en el tiempo) perfectamente correlado con el que gobierna los precios de la acción. Esto es, la única fuente de aleatoriedad en el proceso de la opción sera el proceso de la acción. Por tanto si denotamos por w el precio de la opción, w será función de S(t) y de t, i.e. w=F(S,t), y la rentabilidad de la opción tendrá, en consecuencia, una dinámica similar

$$\frac{dw}{w} = (\alpha_w - \lambda_w k_w)dt + \sigma_w dz + dq_w \qquad [2]$$

donde w(t) es el precio de la opción y las variables con subíndice w tienen la misma descripción para la opción que tenían para el activo. La presencia de los términos dq y dq_w impide que la estrategia consistente en formar una cartera con acciones y opciones en proporciones w_1^* y w_2^* tales que

$$\begin{cases} \sum w_i^* = 1 \\ w_1^* \sigma + w_2^* \sigma_w = 0 \end{cases} \qquad [3]$$

tenga una rentabilidad igual a la del activo sin riesgo, en contra de lo que ocurría en la metodología de Black-Scholes.

En realidad, y dada la convexidad estricta del precio de la opción en el precio del *stock* (la "delta" de la opción), un inversor que siguiera la estrategia de cobertura de B-S, cuando esté largo en el stock y corto en la opción ($w_2^* < 0$) obtendrá con su cartera continuamente ajustable, en la mayor parte del tiempo, una rentabilidad superior a la del activo sin riesgo; sin embargo, en aquellas raras ocasiones en las que se produce un salto en el precio del activo subyacente sufrirá una pérdida comparativamente grande. Lo contrario ocurre si $w_2^* > 0$ y $w_1^* < 0$. Según Merton (1976), pág. 132. "En aquellos periodos de «reposo» en los que llega poca información específica de la empresa, los emisores de opciones parecerá que obtienen ganancias en exceso y los compradores pérdidas. Sin embargo, en periodos «activos» relativamente infrecuentes, los emisores sufrirán grandes pérdidas y los compradores «batirán» al mercado. Desde luego, si el advenimiento de la información es aleatorio, entonces existe un modo no sistemático de explotar esos conocimientos. Debería enfatizarse que las grandes pérdidas sufridas por los emisores durante los periodos activos no son el resultado de una subestimación de la tasa de volatilidad. En general no existe una tasa de varianza finita que se pueda usar en la fórmula de modo que proteja al emisor contra las pérdidas originadas por el salto".

Ante la imposibilidad, en consecuencia, de poder construir la cartera sin riesgo, la técnica de resolución de B-S no puede usarse y se precisa recurrir a la técnica de Samuelson (1965) consistente en aplicar el Lema de Itô a la parte continua de [2] y un lema similar[4] a la parte de salto, obteniéndose entonces una ecuación mixta en diferencias finitas y derivadas parciales que precisa conocer las tasas de rentabilidad de ambos, opción y activo subyacente, para su eventual resolución. Estimaciones que no se necesitaban en la derivación de Black-Scholes (1973).

Este problema lo resuelve Merton mediante el desarrollo de una idea muy sugerente en la metodología de los modelos CAPM. Sobre la base de que el CAPM es una descripción válida de las rentabilidades de los diferentes activos en equilibrio, construye una cartera con las proporciones de la cartera cubierta de Black-Scholes (w_1^* y w_2^* en [3]). La dinámica de la rentabilidad de esta cartera podrá expresarse como:

$$\frac{dP^*}{P^*} = \left(\alpha_p^* - \lambda k_p^*\right)dt + dq_p^*$$

donde P^* denota el valor de la cartera y el resto de variables tienen el mismo sentido que en las ecuaciones [1] y [2] anteriores, pero referidas a esta cartera en particular. Nótese que en esta cartera la única fuente de incertidumbre la constituye el último término (dq_p^*) expresivo de la posibilidad de salto. En efecto, mediante la elección de la proporción activo/opciones igual a la de la cartera sin riesgo de Black-Scholes se habrá conseguido compensar el riesgo (sistemático) originado por la parte continua del proceso (dz)[5] quedando sometida la variabilidad no anticipada en la rentabilidad de la cartera, así formada, exclusivamente al proceso de Poisson, que gobierna la llegada de información específica sobre el activo subyacente.

---

(4) Véase Merton (1971), pág. 396, para una descripción del correspondiente lema para procesos de Poisson.

(5) Basta ver, a partir de [3], que los términos en dz se anulan sumando [1] multiplicado por w_1^* y [2] multiplicada por $-w_2^*$.

Si esto es así, P* sigue un proceso "puro" de salto, tiene sólo riesgo no sistemático, diversificable, como se ha indicado más arriba al definir el proceso de Poisson dq. Todo el riesgo sistemático ha sido compensado, por tanto *la "β" de esta cartera es nula* y, en consecuencia su rentabilidad debe igualar a la del activo sin riesgo[6], esto es, $\alpha_p^* = r$. Sobre la base de esta conjetura, y siguiendo un álgebra similar a la de Black-Scholes (1973), Merton llega a una ecuación de estructura similar a la de Black-Scholes, esto es que no depende ni de las preferencias por el riesgo de los inversores ni de las tasas esperadas de rentabilidad de activo y *stock*. Ecuación que se reduce a la de Black-Scholes si $\lambda=0$ (esto es, si no hay saltos) y que, en general, no admite solución en forma analítica (cerrada), precisándose, en cualquier caso, concretar alguna forma específica para la distribución de Y. Es importante destacar que aunque los saltos no afecten a la rentabilidad esperada de la cartera cubierta sí afectan a la valoración de la opción, ya que tanto el tamaño como la frecuencia de los mismos son variables que aparecen en la ecuación que implícitamente describe los precios de las opciones.

En el caso particular de que la variable aleatoria Y

$$\left[= \frac{S(t+h)}{S(t)}\right]$$

siga una distribución de tipo lognormal, siendo δ^2 la varianza de LogY y $\gamma=\mathrm{Log}(1+k)$, Merton (1976) demuestra que el precio de la opción puede escribirse como

$$w(S,\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda'\tau}(\lambda'\tau)^n}{n!} f_n(S,E,\tau,\upsilon_n^2,r_n) \qquad [4]$$

donde τ es el tiempo hasta el vencimiento de la opción, $\lambda'=\lambda(1+k)$ y $f_n(S,E,\tau,\upsilon_n^2,r_n)$ [en adelante $f_n(S,\tau)$] es el precio Black-Scholes de la opción evaluado para una varianza υ_n^2 y una tasa de interés r_n dados por

$$\upsilon_n^2 = \sigma^2 + \frac{n\delta^2}{\tau} \qquad r_n = r - \lambda k + \frac{n\gamma}{\tau},$$

es decir, υ_n^2 y r_n son las tasas de varianza y de interés medias por unidad de tiempo, cuando suceden exactamente n saltos de Poisson durante la vida de la opción.

Esto es, $f_n(S,\tau)$ es la valoración B-S que realizaría el mercado incorrectamente al observar una volatilidad υ_n^2 en el activo subyacente y estimar que tal volatilidad es la varianza de un proceso de difusión continuo, sin tomar en consideración que en esa volatilidad observada existe un componente debido a la varianza del proceso de saltos. Idéntica interpretación cabe para r_n, esto es, la tasa "observada" de descuento de la cartera compuesta de Black-Scholes, en presencia de saltos, no coincide con la tasa sin riesgo salvo que la distribución de tamaños de los saltos se concentre de modo simétrico en torno a cero.

El atractivo de esta formulación está en que es capaz de explicar por qué se dan en el mercado precios superiores a los previstos por el modelo de B-S para opciones significativamente sin dinero. A saber, para este tipo de opciones, la circunstancia de que el precio del stock rebase al precio de ejercicio, antes de la expiración, es muy

(6) Recuerdese que, en equilibrio, la rentabilidad esperada α_i del activo i se puede expresar, en la metodología CAPM, como $\alpha_i=r+(\alpha_M-r)\beta_i$, siendo α_M la rentabilidad esperada de la cartera de mercado.

poco probable, bajo la hipótesis de un proceso de difusión continuo para los precios del *stock.* Ahora bien, si se considera alguna posibilidad efectiva de salto, aquella probabilidad resultará razonablemente incrementada, lo que hará que el mercado la valore por encima de su precio teórico B-S. Idéntica circunstancia ocurrirá en aquellas opciones significativamente con dinero. Estas reflexiones corroboran los hechos observados en los mercados de que opciones próximas a su vencimiento y significativamente con o sin dinero se venden más caras que sus correspondientes valores B-S, en tanto que para opciones con valor intrínseco próximo a cero y con vencimientos lejanos, el modelo de B-S de valoración produce predicciones por encima de sus precios de mercado.

2. Aplicación empírica: problemática

A la hora de contrastar el modelo de Merton presentado teóricamente en el epígrafe anterior surgen dos problemas superpuestos cuyo análisis y la solución particular que sugerimos constituyen el contenido de este apartado,

a) De un lado se trata de estimar la magnitud de λ, esto es, la frecuencia media de saltos diversificables por unidad de tiempo, esto es, como ya se ha indicado en la sección precedente, número de veces en que por unidad de tiempo (un día en este caso) se produce la llegada de información específica sobre la empresa capaz de producir una vibración "anormal", no correlada con el mercado, en la rentabilidad del título.

b) Por otro lado, si por algún procedimiento se dispone del total de saltos en los precios del *stock,* estaría el problema de "filtrar" cúales, de entre ellos, son específicos y cúales siguen el comportamiento general del mercado.

La escasez de datos procedentes del mercado español de opciones sobre acciones, debido a la relativamente reciente apertura del mismo, ha obligado a ceñirse a los contratos de derivados cuyo subyacente es Telefónica. Los otros tres activos con negociación admitida en 1993 y 1994 (Repsol, BBV y Endesa) tienen un interés abierto relativamente marginal (12%, 8% y 16% del total respectivamente). Ello podría sugerir que los resultados obtenidos dependen de la muestra utilizada y que no son generalizables. En la medida en que la escasez de información lo ha permitido se ha pretendido paliar esta dificultad ampliando el número de vencimientos analizados.

Para determinar la magnitud de λ se ha trabajado sobre una muestra de 247 observaciones (precios al cierre) tanto para TEFA como para IGBM correspondientes a todo el año 1993, aún a sabiendas de los posibles errores en los que se incurre al tomar como intervalo elemental de negociación 1 día, dado que la sesión bursátil abarca 7 horas. No obstante, la circustancia de que el cierre del mercado continuo español lo es en horas en las que está abierto el mercado de Nueva York y el hecho de que Telefónica también se cotiza en este último, parece sugerir suficiente representatividad de los precios de cierre frente a cualquier otra alternativa que no sea la de utilizar los precios medios ponderados de cada sesión, datos de los que carecemos.

Para tal estimación se ha recurrido a dos procedimientos. Uno, digamos, *naive* y otro más riguroso.

El procedimiento *naive* consiste en el cálculo de los momentos característicos, media y desviación típica de la distribución de rentabilidades diarias de índice y *stock,* y en analizar aquellas observaciones a lo largo del año en las que el logaritmo del cociente de dos precios consecutivos cae fuera del intervalo definido por la media más o menos dos veces la desviación típica. Si la distribución del cociente de los precios fuese lognormal, fuera de tal intervalo sólo debería haber en torno al 5% de observaciones. Cualquier exceso significativo sobre esa cifra (esto es, presencia de curtosis superior a la de la distribución normal) debería significar la presencia de saltos en las tasas diarias de rentabilidad y por tanto, en el contexto del modelo que se trata de validar, presencia del suceso de Poisson. Entre estos saltos, a continuación, habrá que separar los diversificables de los sistemáticos, ya que estos últimos no serán considerados. Aún así, habrá algunas observaciones que consideraremos saltos, pero que no se advertirán por este procedimiento. Nos referimos a aquellas observaciones en TEFA, que no son discontinuidades con respecto a su propia tendencia, pero que no siguen la tendencia del mercado.

El procedimiento más riguroso (de los "cumulantes") sigue las líneas de Press (1967) y Becker (1981) y ha sido utilizado por Ball y Torous (1983) y (1985) para investigar posibles diferencias significativas entre los modelos de Black-Scholes y Merton sobre una muestra de opciones de compra emitidas sobre títulos negociados en el New York Stock Exchange (NYSE) y, también, por Kremer y Roenfeldt (1992) para contrastar los modelos de B-S y Merton en la valoración de *warrants.*

Tal procedimiento consta de tres fases. En una primera etapa se calculan los momentos muestrales respecto al origen (m_1, m_2, ... , m_6) de las variaciones diarias en el logaritmo de los precios (esto es, las tasas diarias de rentabilidad).

En una segunda fase, usando estos momentos se calculan unos "cumulantes" muestrales (K_1,K_2,K_4 y K_6) que siguiendo la exposición de Kendall y Stuart (1977 pág. 72) vendrían dados por:

$$K_1=m_1 \qquad K_2=m_2-m_1^2 \qquad K_4=m_4-4m_3m_1-3m_2^2+12m_2m_1^2-6m_1^4$$
$$K_6=m_6-6m_5m_1-15m_4m_2+30m_4m_1^2-10m_3^2+120m_3m_2m_1-120m_3m_1^3+30m_2^3-$$
$$-270m_2^2m_1^2+360m_2m_1^4-120m_1^6,$$

y, finalmente, a partir de los K_i, se obtienen las estimaciones para λ (frecuencia media de saltos diversificables), σ^2 (varianza del proceso en ausencia de saltos) y δ^2 (varianza de la distribución de tamaños de los saltos de Poisson) dados por

$$\lambda = \frac{25K_4^3}{3K_6^2}, \qquad \sigma^2 = K_2 - \frac{5K_4^2}{3K_6}, \qquad \delta^2 = \frac{K_6}{5K_4}.$$

Los resultados de ambos procedimientos, tanto para TEFA como para IGBM, se muestran en los Gráficos 1 y 2 y en el Cuadro 1. En ambos gráficos las bandas horizontales están situadas a la altura de la media más o menos dos veces la desviación típica.

La formulación de Merton requiere que el componente de salto de la rentabilidad del activo subyacente refleje riesgo no sistemático y, por tanto, diversificable; esto es, que podría ser eliminado construyendo una cartera bien diversificada. Si consideramos que IGBM es, aproximadamente, una cartera de esas características, el número de saltos por unidad de tiempo en la rentabilidad de la misma (λ) debería ser inferior al que se obtiene para el activo aislado. En nuestro caso se obtienen valores de λ de aproximadamente 0,37 y 0,41 respectivamente.

Ball y Torous (1985), tras encontrar evidencia estadística consistente con la hipótesis de lognormalidad en la distribución de los saltos (lo que permite usar la fórmula [4] vista en el epígrafe anterior), computan, con este procedimiento, los valores de λ,

Cuadro 1: MOMENTOS CENTRALES Y CUMULANTES

	TEFA	IGBM	TEFA-IGBM
m1	0,00140794	0,00112273	0,00137281
m2	0,00012007	5,4245E-05	4,9316E-05
m3	2,1472E-06	3,3925E-07	2,0726E-07
m4	1,3616E-07	1,888E-08	1,8275E-08
m5	5,8907E-09	3,1882E-10	2,6769E-10
m6	3,5459E-10	1,5974E-11	1,4215E-11
k2	0,00011809	5,2985E-05	4,7431E-05
k4	8,3648E-08	9,3403E-09	1,0934E-08
k6	1,0881E-10	4,2666E-12	3,1379E-12
λ	0,41195923	0,37302373	1,10637747
σ^2	0,00011809	5,2985E-05	4,7431E-05
d2	0,00026016	9,1359E-05	5,7396E-05

σ^2 y δ^2 para 30 valores de la New York Stock Exchange (NYSE) tomando 500 observaciones entre 1981 y 1982 y encuentran que, en ocasiones, el método proporciona estimaciones negativas de δ^2, por lo que existe sospecha de ineficiencia y/o de la necesidad de utilizar cumulantes de orden superior a 6 para refinar las estimaciones de los parámetros. Alternativamente proponen un método de estimación de máxima verosimilitud, consistente en la maximización de

$$\text{Log } L(\mathbf{x}, \psi) = \sum_{i=1}^{m} \text{Log } b(x_i, \psi)$$

siendo $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_m)$ el vector de rentabilidades del título analizado a lo largo de m sesiones consecutivas, $\psi=(\lambda,\sigma^2,\delta^2,\alpha)$ y b la función de densidad del proceso mezcla de difusión y saltos (cuando éstos se supone presentan una distribución de Poisson).

Tales estimaciones no producen valores negativos ni para σ^2 ni para δ^2, pero en aquellos casos en los que el procedimiento de los cumulantes arroja valores de λ "pequeños" y cuando las estimaciones por cumulantes son consistentes (esto es, producen valores no negativos de las varianzas) sus diferencias con el método de máxima verosimilitud no son muy importantes [Ball y Torous (1983)].

Dado que para TEFA hemos encontrado una estimación de λ menor que la unidad y valores σ^2 y δ^2 no negativos, en este trabajo se ha procedido a la utilización de los valores de λ,σ^2 y δ^2 obtenidos por el método de los cumulantes.

La utilización práctica del método de máxima verosimilitud comporta dificultades de cálculo a veces insuperables. A saber, dado que la función a maximizar es la suma de m logaritmos neperianos[7] de funciones de cuantía de Poisson, que a su vez son sumas de infinitos términos de funciones de densidad gaussianas (con cuatro pa-

(7) En nuestro caso m=246, como se indicó más arriba.

rámetros), el conjunto de condiciones de 1er orden del problema de maximización no es lineal. Por tanto se precisa la utilización de algún procedimiento de aproximación para su resolución. En concreto, se suele utilizar el método multidimensional de Newton-Raphson que produce buenos resultados si la elección de valores iniciales y del orden de truncamiento de la suma de infinitos términos (antes aludida) es adecuada; pero que, lamentablemente, en un buen número de casos es un algoritmo que no converge. Además, no es el objetivo de este trabajo profundizar en la casuística del método de máxima verosimilitud en el contexto de la estimación de los parámetros del modelo de Merton sino, más bien, ilustrar métodos sencillos de aplicación que puedan ser utilizados en la práctica y que, en todo caso, posean suficiente robustez tanto teórica como empírica.

Por lo que se refiere al segundo de los problemas mencionados (elección sólo de aquellos saltos que son específicos a la empresa y descartar aquellos que responden a circunstancias generales del mercado) se ha realizado el siguiente análisis por el procedimiento *naive,* tratando de verificar si el valor obtenido para λ por el método de los cumulantes es "razonable".

Por un lado, las observaciones del Gráfico 1 que sobresalen de las bandas definidas por la media más o menos dos veces la desviación típica, aunque representan variaciones importantes de la rentabilidad de la acción respecto a la media, en algunos casos se detectan igualmente en la serie de rentabilidades del índice IGBM, por lo que obedecen a la tendencia general que experimenta el mercado y no habrían de ser incluidos como saltos en la cuantificación de λ, ya que serían sistemáticos.

Habría situaciones, sin embargo, en las que IGBM (Gráfico 2) presente discontinuidad respecto a su tendencia (un 5%, aproximadamente, si sigue una distribución normal) y no ocurra lo mismo en TEFA. La interpretación económica sería que se ha "activado" el proceso de Poisson en el subyacente, al punto de que el "salto" que ha producido sobre su rentabilidad la llegada de información específica del mismo ha "compensado" el componente sistemático, impidiendo a su cotización seguir la tendencia general del mercado.

Intentando recoger todos los saltos diversificables, a partir de las consideraciones anteriores, construimos la serie de diferencias diarias de rentabilidades entre TEFA y IGBM (es decir, Rentabilidad de TEFA - Rentabilidad del IGBM), que se muestran en el Gráfico 3. Esta serie, aunque simple, permite recoger aquellas observaciones "anor-

Gráfico 1: Rentabilidades diarias de TEFA

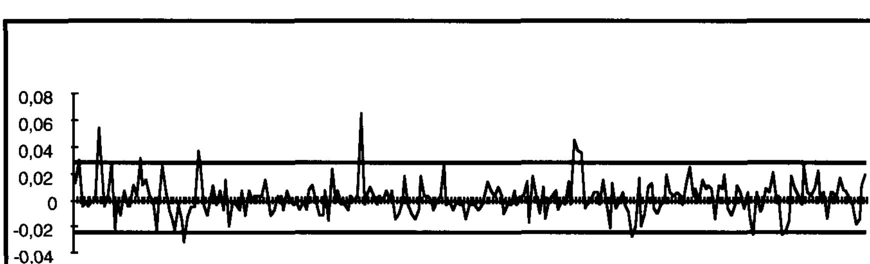


Gráfico 2: Rentabilidades diarias de Índice General de la Bolsa de Madrid

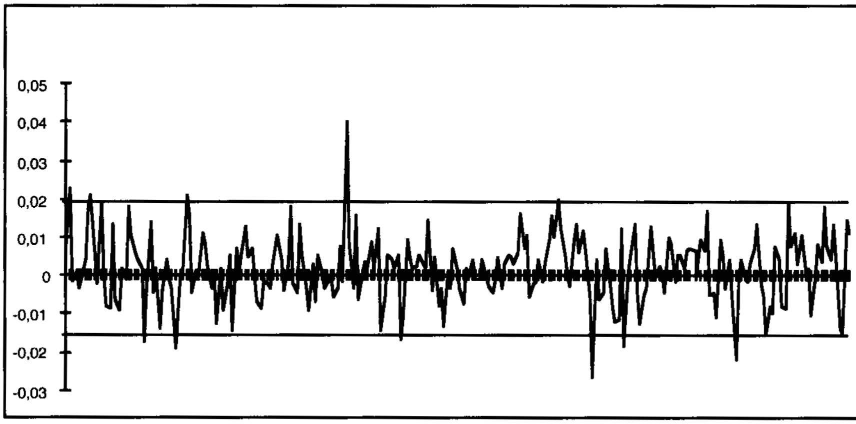
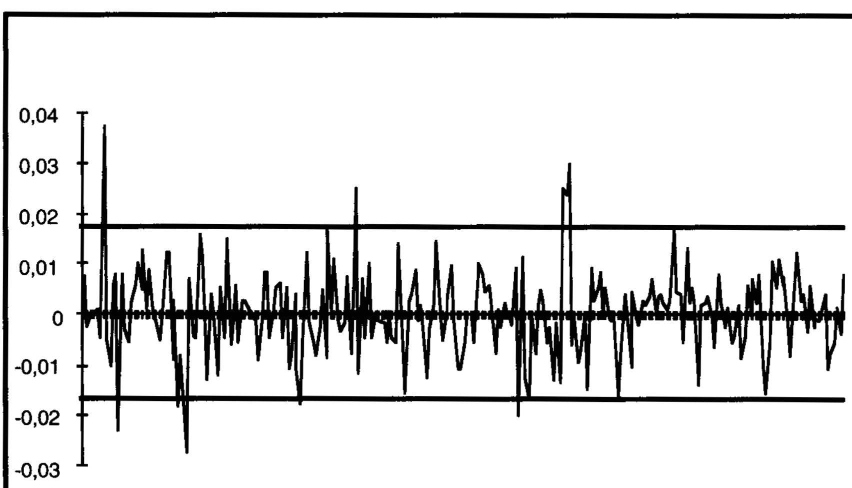


Gráfico 3: Diferencias diarias de rentabilidad TEFA menos IGBM



males" (siguiendo la denominación de Merton) que deben obedecer a la llegada de información específica para la empresa y que, por tanto, constituyen saltos diversificables. Además, cuando los saltos o discontinuidades se producen simultáneamente en ambas series sus valores se anularían con la serie en diferencias y no se apreciarían discontinuidades, ya que los saltos en las rentabilidades de TEFA siguen la tendencia del mercado.

Si, por ejemplo, las rentabilidades de TEFA y de IGBM tomaran valores del mismo signo, la serie en diferencias mostraría "la distancia" entre esos valores, distancia que por encima de un determinado umbral significaría una discontinuidad o salto. Si, por el contrario, las rentabilidades de TEFA y del IGBM tomaran valores de diferente signo (por ejemplo, la rentabilidad en TEFA de +0,02 y la del IGBM de -0,01, dando lugar a una diferencia de +0,03), estaríamos ante un salto, aunque en la serie de rentabilidades de TEFA no se aprecie. El que la rentabilidad en TEFA crezca cuando la del mercado es bajista es debido a alguna información sobre la propia empresa, específica, que supone una discontinuidad idiosincrática.

Además, procedimos a realizar un análisis de sensibilidad en los resultados a la elección de la amplitud de las bandas de "discriminación". Los resultados se presentan en la siguiente tabla:

Cuadro 2: VALOR DE λ PARA LAS DIFERENTES BANDAS

BANDAS	Nº aproximado de Saltos	Valor aprox. de λ
Media±2.Desv. Típica	12	0,048583
Media±0,01	49	0,19838
Media±Desviación Típica	60	0,242914
Media±0,0075	77	0,31174
Media±0,00625	87	0,35222
Media±0,005	117	0,47368

Los valores de la media y de la desviación típica se calculan con la serie de diferencias, es decir, las rentabilidades deTEFA menos las rentabilidades del IGBM. El valor aproximado para λ (frecuencia media de salto por unidad de tiempo) se ha calculado dividiendo el número de saltos por el número de observaciones correspondientes al año 1993, un total de 247 observaciones.

La reducción de las bandas, lógicamente, hace que aparezcan más valores anormales o saltos, y por consiguiente que la frecuencia de los saltos aumente. No obstante, podemos considerar que una variación entre el 0,5% y el 1% de la rentabilidad de TEFA respecto a la del IGBM es significativa. En el Cuadro 2, el número aproximado de saltos de esta magnitud oscila entre 49 y 117, por lo que λ varía entre 0,2 y 0,5, cifra que, aproximadamente, está en torno al valor que obtuvimos por el método de los cumulantes (0,41).

Aunque el número de saltos pueda parecer excesivo, no lo es tanto, en la medida en que utilizamos observaciones diarias en tiempo discreto, ya que no se dispone de los precios de los activos en todos los instantes de tiempo que exigiría la contrastación en tiempo continuo. De ese modo, las observaciones de un día a otro pueden experimentar, en muchas ocasiones, variaciones significativas. A este respecto, A.W. Lo (1992) advierte que "existen algunas dudas acerca de si los procesos de salto pueden ser identificados a partir de datos muestreados discretamente, ya que el mismo hecho de muestrear de forma discreta destruye la distinción clara entre procesos de difusión y procesos de salto".

Para corroborar que los saltos que se obtienen con el procedimiento *naive* son saltos diversificables, específicos de la propia empresa, se propone un análisis de la correlación entre la serie de rentabilidades del índice IGBM y de las acciones TEFA para toda la muestra y para las muestras que resultan de eliminar las observaciones que se han considerado como saltos, una vez que sobrepasaban las sucesivas bandas de discriminación.

La eliminación de las observaciones identificadas como saltos por el procedimiento *naive* ha hecho que se produzca un aumento del coeficiente de correlación entre la rentabilidad de TEFA y la del índice IGBM (Cuadro 3). Este resultado confirma que estos valores "anormales" o discontinuidades constituían efectivamente riesgo diversificable, específico de la propia empresa una vez que su eliminación produce un mayor acercamiento de la tendencia de la serie de la acción a la del índice o cartera de mercado.

No obstante, para hacer uso de la fórmula analítica reducida que deriva Merton (1976) se hace preciso verificar si con la serie de datos de nuestra muestra se cumple el supuesto de normalidad para la distribución de los saltos, medidos en términos de rentabilidad.

Para verificar la normalidad en la serie de los saltos, hemos extraído de la muestra de la serie de rentabilidades de las acciones TEFA aquellos valores que tenían la consideración de salto diversificable que, en base a lo comentado con anterioridad, se deben corresponder con los valores de la serie Rent. TEFA- Rent. IGBM que sobresalen las diferentes bandas consideradas en el análisis de sensibilidad. Según las bandas utilizadas, se detecta un número de saltos, valores fuera de la banda, diferente.

Para cada conjunto de saltos se ha procedido a calcular los estadísticos descriptivos más significativos, como la media, desviación, simetría y curtosis (Cuadro 4).

Cuadro 3: Coeficientes de correlación entre IGBM y TEFA

Toda la muestra	0,7675
Toda la muestra - 12 saltos	0,81
Toda la muestra - 49 saltos	0,8474
Toda la muestra - 60 saltos	0,8646
Toda la muestra - 77 saltos	0,8951
Toda la muestra - 87 saltos	0,8978
Toda la muestra - 117 saltos	0,9252

Cuadro 4: ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS PARA LAS SERIES DE SALTOS

BANDAS	Nº de Saltos	Media	Desv. Típ.	Simetría	Curtosis
$\mu \pm 2\sigma$	12	0,015	0,033	0,143	-1,682
$\mu \pm 0{,}01$	49	0,007	0,022	0,549	-0.103
$\mu \pm \sigma$	60	0,005	0,020	0,659	0,244
$\mu \pm 0{,}0075$	77	0,005	0,019	0,696	0,655
$\mu \pm 0{,}00625$	87	0,005	0,018	0,659	0,551
$\mu \pm 0{,}005$	117	0,003	0,017	0,846	1,233

Los valores de μ y σ que figuran en las bandas se corresponden a la media y a la desviación típica de la serie de Rent. de TEFA menos Rent. de IGBM.

Aún más, se han obtenido los histogramas, tanto de frecuencias absolutas como acumuladas, que, para una distribución normal debe presentar la forma campaniforme, cuando utilizamos frecuencias absolutas, y pendiente creciente y luego decreciente (forma de curva logística), cuando utilizamos frecuencias acumuladas. En particular, cuando las bandas están a ±0,5% y a ±1% de la media, tales histogramas se muestran en el Gráfico 4.

La inspección de los histogramas indica en, prácticamente, todas las muestras de "saltos" consideradas, la forma campaniforme en el de frecuencias absolutas, así como la forma de pendiente creciente y luego decreciente del histograma utilizando frecuencias acumuladas, ambos gráficos típicos de la distribución normal. Para la muestra de 12 saltos, y en el histograma de frecuencias absolutas no parece detectarse esa forma de campana de Gauss, debido a que el número de observaciones es insuficiente para un análisis de este tipo adecuado.

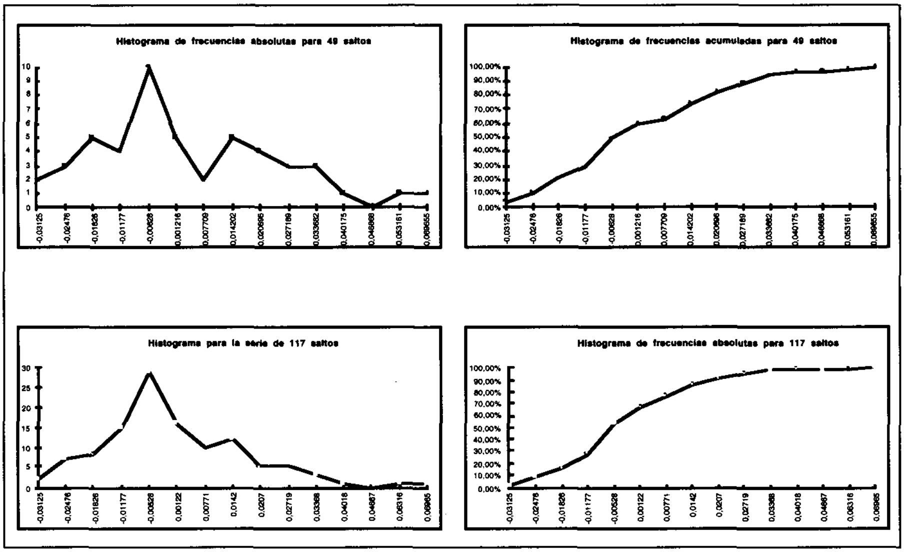
Además, se ha procedido a verificar si la media de los saltos habidos en 1993 en las rentabilidades diarias de Telefónica no es significativamente distinta de cero (esto es, si $k=\zeta[Y-1]=0$), en cuyo caso, $\gamma=0$ y $r_n=r$.

De la observación del Cuadro 4 se desprende que la media, para todas las muestras de saltos, es prácticamente nula, y se aproxima a cero a medida que el número de saltos aumenta, es decir, con bandas más estrechas. Este resultado confirma el supuesto de Becker (1981), quien considera que la media de los saltos debe ser cero ($k=0$), en lugar de que la media de las tasas de variación de los precios del subyacente sea cero, $\alpha=0$, como hacía Press (1967).

Este valor medio de los saltos en torno a cero permite concluir que el tipo de interés a utilizar en la contrastación del modelo de Merton es la tasa sin riesgo, r, igual que en en el modelo de B-S, ya que los demás términos de la expresión de r_n desaparecen una vez que $k=0$. De igual manera, la desviación típica parece reducirse con un mayor número de saltos.

El análisis de los valores de la curtosis también confirma la normalidad de las series de saltos, ya que sus valores, aunque positivos (correspondiente a series leptocúrticas) son muy próximos a cero, excepto para la muestra de 12 saltos, en la que se ob-

Gráfico 4: HISTOGRAMAS DE FRECUENCIAS DE LOS "SALTOS"



tiene un valor negativo de la curtosis. Este resultado puede ser debido a la escasez de observaciones en esta muestra particular.

Por tanto, podemos aceptar que las series de saltos y para las diferentes bandas se distribuyen como variables aleatorias normales, supuesto que se exigía para la contrastación de la fórmula analítica que deriva Merton (1976).

Finalmente, para el cálculo del sumatorio que describe la valoración de Merton, se ha extendido el índice de sumación hasta n=10 ya que, para enteros superiores, el factor

$$\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}$$

es del orden de 10^{-14}, por lo que la incidencia sobre $w(S,\tau)$ será despreciable. Por último, en ambas fórmulas de valoración se ha considerado como tipo de interés sin riesgo el de los "repos" sobre Deuda Pública negociados en los plazos más similares a los de vida residual de la opción objeto de valoración hasta su vencimiento.

En la contrastación del modelo de B-S hemos utilizado como estimador de σ la volatilidad histórica corregida, como recomiendan Cox y Rubinstein (1985), para la serie de rentabilidades diarias de las acciones TEFA. No obstante, procedimos a calcular dicho parámetro para tres períodos diferentes y para las primeras tres muestras a contrastar. El primer período comienza con las primeras observaciones que disponemos, concretamente desde el 5 de abril de 1989 hasta el día inmediatamente anterior al que empiezan a cotizarse las correspondientes opciones, el segundo período abarca dos años inmediatamente anteriores a ese día y finalmente el tercer período recoge un año.

Los resultados obtenidos se presentan en el Cuadro 5. De ellos se desprende que la modificación del periodo muestral para estimar la volatilidad no parece modificar de forma significativa su valor. No obstante, procedimos a utilizar la media de los tres períodos considerados, que, concretamente, para las muestras de vencimiento septiembre y diciembre de 1993 se aproxima a 0,30, mientras que para la muestra de vencimiento Marzo de 1994 el valor medio de los tres períodos considerados se sitúa en 0,28[8].

El utilizar la media de las volatilidades obtenidas para los tres períodos obedece a dos razones: por un lado, y aunque la volatilidad histórica debe recoger la información pasada respecto a la variabilidad del título, el primer período parecía excesivo, y podría incorporar más saltos de los realmente habidos. Por otro lado, la información actual debe tener más peso que la antigua de cara a la estimación de la volatilidad.

Los valores de la varianza histórica corregida se sitúan en torno a σ^2=0,092 en términos anuales que, como cabía esperar, es sensiblemente superior al valor que arroja el procedimiento de los cumulantes (σ^2=0,0431) si, efectivamente, la rentabilidad del activo siguiese un proceso de difusión sin saltos. La diferencia en exceso a favor de la volatilidad histórica observada se debe precisamente a la existencia de saltos, a la superposición del proceso de Poisson al proceso de difusión continuo.

3. Aplicación empírica: resultados

Partiendo de la identificación de los parámetros (tanto los observados como los estimados) realizada en el epígrafe anterior se ha procedido a evaluar, con ambos modelos, opciones call sobre Telefónica negociadas en Meffsa, Renta variable, con vencimientos en septiembre (precios de ejercicio 1250 y 1450) y diciembre de 1993 (precios de ejercicio 1400 y 1600), marzo (precios de ejercicio 1700 y 1900), junio (precios de ejercicio 1800 y 2000), septiembre (precios de ejercicio 1900 y 2000) y

Cuadro 5: Valor de la volatilidad histórica corregida anual

	1º período	2º período	3º período	Valor medio
Vto. Septiembre 1993	0,303442	0,304461	0,31972	0,30920767
Vto. Diciembre 1993	0,286008	0,310511	0,303334	0,299951
Vto. Marzo 1994	0,283717	0,295624	0,262259	0,28053333

(8) Para los demás vencimientos, las volatilidades utilizadas son 0,3027 (Junio del 94), 0,3066 (Septiembre 94), 0,3108 (Diciembre 94) y 0,3076 (Marzo 95).

Cuadro 6: RESULTADOS

		Out of the money		At the money		In the money	
		ER B-S	ER Mert.	ER B-S	ER Mert.	ER B-S	ER Mert
VTO. SEPTIEMBRE/9							
Pe=1250	Lej.al vto.			0,22	0,11	0,2	0,14
	Próx. al vto.					0,12	0,11
Pe=1450	Lej.al vto.	2,92	2,08	2,04	1,46		
	Próx. al vto.			0,93	0,54	0,05	0,04
VTO. DICIEMBRE/93							
Pe=1400	Lej.al vto.			0,42	0,27	0,02	-0,01
	Próx. al vto.					-0,02	-0,02
Pe=1600	Lej.al vto.	0,29	0,03	0,22	0,06	0,11	0,03
	Próx. al vto.			0,13	0,01	0,02	-0,01
VTO. MARZO/94							
Pe=1700	Lej.al vto.	0,55	0,42	0,45	0,35	0,19	0,16
	Próx. al vto.					0,04	0,04
Pe=1900	Lej.al vto.	1,79	1,47	2,03	1,64	0,77	0,57
	Próx. al vto.					0,11	0,04
VTO. JUNIO/94							
Pe=1800	Lej.al vto.			0,2	0,05	0,17	0,11
	Próx. al vto.	0,2	-0,1	0,09	-0,1	0,05	-0,01
Pe=2000	Lej.al vto.	3,23	2,36	0,83	0,62		
	Próx. al vto.	3,42	1,98	-0,7658	-0,49		
VTO. SEPTIEMBRE/94							
Pe=1900	Lej.al vto.	0,4	0,09	0,29	0,09	0,36	0,22
	Próx. al vto.	0,86	0,23	0,25	-0,05		
Pe=2100	Lej.al vto.	0,64	0,26				
	Próx. al vto.	0,78	2,02				
VTO. DICIEMBRE/94							
Pe=1600	Lej.al vto.					0,09	0,05
	Próx. al vto.			0,14	0,03	0,08	0,01
Pe=1800	Lej.al vto.	0,22	-0,07	0,27	0,07	0,14	0,03
	Próx. al vto.	0,8	0,77	0,13	-0,12		
VTO. MARZO/95							
Pe=1600	Lej.al vto.	0,99	0,51	0,57	0,31	0,27	0,17
	Próx. al vto.	2,15	2,48	0,89	0,44	0,43	0,3
Pe=1700	Lej.al vto.	1,23	0,65	0,41	0,19		
	Próx. al vto.	2,65	1,59	0,98	0,49		

diciembre de 1994 (precios de ejercicio 1600 y 1800) y, por último, el vencimiento de marzo de 1995 (precios de ejercicio 1600 y 1700).

Los errores medios de predicción en términos porcentuales, que se obtienen de la contrastación del modelo de B-S (ER B-S) y del modelo de Merton (ER M.), en relación con la mayor o menor proximidad al vencimiento y en relación con la "paridad" se resumen en el Cuadro 6. Se entiende por "paridad" el cociente entre el precio del *stock* y el precio de ejercicio, de modo que valores de ese cociente significativamente superiores a la unidad indicarán que la opción está *in-the-money,* valores significativamente menores indicarán que la opción está *out-of-the-money* y si el cociente arroja un valor próximo a la unidad indicará que la opción está *at-the-money.*

En el Cuadro 6 se observa que el modelo de Merton produce en la mayoría de los casos mejores predicciones que el modelo de Black-Scholes. En general ambos modelos sobrevaloran los precios de Mercado, excepto para los vencimientos diciembre de 1993 y junio de 1994, en los que tanto el modelo de Merton, como el de B-S predicen precios inferiores a los reales para opciones próximas a su maduración. Además y en términos generales, se detecta una reducción de los errores a medida que la opción se aproxima a su vencimiento (excepto únicamente para la muestra de vencimiento en marzo) y cuando aumenta el valor intrínseco de la opción.

La bondad de los ajustes resulta particularmente interesante, por ejemplo, en la serie de vencimiento diciembre de 1993 y precio de ejercicio 1600 cuando la opción está *at-the-money* y próxima al vencimiento, en tanto que los resultados son bastante desalentadores para opciones *out-of-the-money* y *at the money* lejanas al vencimiento de la serie que expira en septiembre de 1993 y precio de ejercicio 1450.

En los Gráficos 5 y 6 se describen los valores (Merton) en relación al vencimiento y los errores relativos en relación a la paridad de la serie con fecha de expiración diciembre y precio de ejercicio 1600. Asimismo, en el Cuadro 7 se exponen los estadísticos más significativos del error relativo de esta serie en ambos modelos, B-S y Merton.

4. Conclusiones

En la mayor parte de la literatura empírica el modelo de valoración de opciones de Black-Scholes (1973) presenta sesgos sistemáticos con respecto a: precios de ejercicio, tiempo hasta el vencimiento y volatilidad del activo subyacente. En este artículo se ha investigado si el modelo de valoración de Merton (1976), que admite específicamente la posibilidad de saltos en el proceso generador de la serie de rentabilidades diarias del activo subyacente, puede eliminar aquellos sesgos o si, al menos, produce mejores ajustes de los precios observados que el modelo B-S.

Para ello se han contrastado ambos modelos en las series más negociadas del incipiente mercado de opciones sobre acciones de Madrid (MEFFSA, Renta Variable), correspondiente a los vencimientos de septiembre de 1993 con precios de ejercicio 1250 y 1450, de diciembre de 1993 con precios de ejercicio 1400 y 1600, de marzo con precios de ejercicio 1700 y 1900, de junio de 1994 con precios de ejercicio 1800 y 2000, de septiembre de 1994 con precios de ejercicio 1900 y 2100, de diciembre de 1994 con precios de ejercicio 1600 y 1800 y finalmente, de marzo de 1995 con precios de ejercicio 1600 y 1700, de opciones sobre Telefónica. Se ha encontrado evidencia significativa de presencia de saltos diversificables en la serie de rentabilidades diarias del *stock,* así como de normalidad y media nula en la distribución de los mismos.

Gráfico 5: VALORES MERTON Y VALORES REALES DE LAS OPCIONES TELEF. CON VENCIMIENTO EN DICIEMBRE Y PRECIO DE EJERCICIO 1600

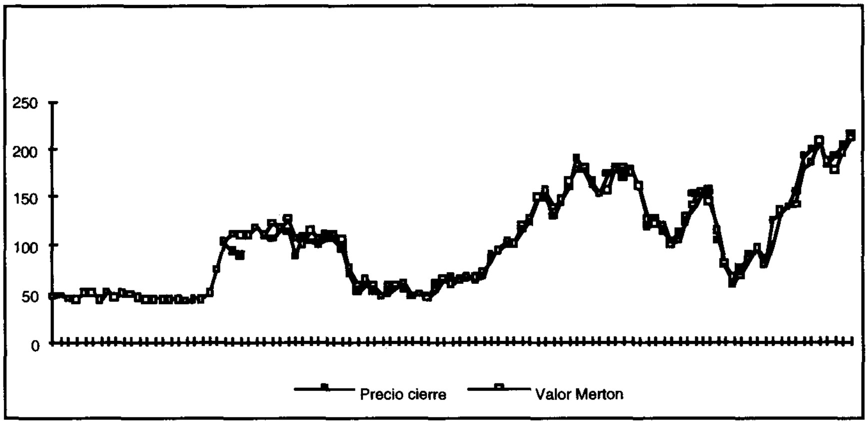
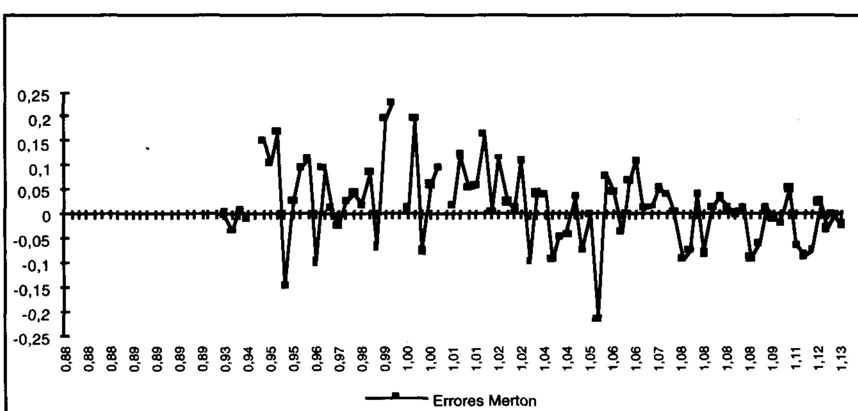


Gráfico 6: ERRORES MERTON EN RELACIÓN A LA PARIDAD, VTO. DICIEMBRE 1993, PRECIO DE EJERCICIO 1600



Cuadro 7: ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS SERIES DE ERRORES B-S Y MERTON

Errores B-S		Errores Merton	
Media	0,13606	Media	0,0179
Mediana	0,1246	Mediana	0,0141
Desv.Stand.	0,14281	Desv.Stand.	0,0795
Varianza	0,02039	Varianza	0,0063
Curtosis	-0,61572	Curtosis	0,5056
Asimetría	0,26187	Asimetría	0,1239
Rango	0,63992	Rango	0,4366
Mínimo	-0,18133	Mínimo	-0,2116
Máximo	0,4585	Máximo	0,2250
Nº Obs.	79	Nº Obs.	79

Se ha observado una mejora sustancial de la capacidad de predicción del modelo de Merton frente al de Black-Scholes. Desgraciadamente, los sesgos sistemáticos que presenta el modelo convencional (B-S) en el mercado español (sobrevaloración en opciones lejanas al vencimiento y "sin dinero") se presentan también, aunque en menor cuantía, en las series estimadas por el procedimiento de Merton. En este último caso, la sobrevaloración podría estar motivada por una estimación excesiva de la varianza de los saltos (δ^2) proporcionada por el método de los cumulantes, ya que aunque la estimación que proporciona este método respecto al número de saltos idiosincrásicos por unidad de tiempo (λ) es coherente con su evaluación y cómputo a partir de un procedimiento no riguroso de inspección gráfica, la estimación por cumulantes de δ^2 nos indicaría una mayor dispersión en la magnitud de los saltos de la que en realidad parece darse. Todo ello redunda en la idea de que, a pesar de su indudable atractivo teórico, el modelo de Merton es de difícil aplicación práctica, debido a la necesidad de estimar rigurosamente cuatro variables no observables. No obstante, con un método relativamente sencillo y menos exigente de estimación de los mismos (el de los cumulantes) se revela como un modelo más potente que el de Black-Scholes para ajustar las series reales de precios de las opciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arnaiz, G. (1978): *Introducción a la Estadística Teórica*, 3ª Ed. Valladolid: Lex Nova.

Ball, C.A. and W.N. Torous (1983): "A simplified jump process for common stock returns", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 18, págs. 53-65.

Ball, C.A. and W.N. Torous (1985): "On jumps in common stock prices and their impact on call Option Pricing", *The Journal of Finance*, 50, págs. 155-173.

Becker, S. (1981): "A note on estimating the parameters of the Diffusion-Jump model of stock return", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 18, págs. 53-65.

Black, F. (1975): "Fact and fantasy in the use of options", *Financial Analyst Journal*, 31, págs. 36-72.

Black, F. and M. Scholes (1972): "The valuation of options contracts and a Test of Market Efficiency", *Journal of Finance*, 27, págs. 399-417.

Black, F. and M. Scholes (1973): "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *The Journal of Political Economy*, 81, págs. 637-53.

Cox, J.C. and S.A. Ross (1976): "The valuation of options for alternative stochastic processes", *Journal of Financial Economics*, 3, págs. 145-166.

Cox, J.C. and M. Rubinstein (1985): *Options Markets*, New Jersey, Englewood Cliffs.

Fama, E. (1965): "Portfolio analysis in a stable paretian market", *Management Science*, 11, págs. 404-419.

Fama, E. (1970): "Efficient Capital Markets: A review of theory and empirical work", *Journal of Finance*, 25, págs. 383-417.

Kendall, M. and A. Stuart (1977): *The avanced theory of Statistics*, New York: MacMillan Publishing Co.

Kremer, J.W. and R.L. Roenfeldt (1992): "Warrant Pricing: Jump-diffusion vs. Black-Scholes", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28, págs. 255-272.

A.W.Lo (1992): "Aspectos empíricos sobre la determinación del precio de las opciones y otros activos derivados",*Cuadernos Económicos del I.C.E.*,50, págs. 129-155.

Mandelbrot, B. (1963): "The variation of certain speculative prices", *The Journal of Business*, 36, págs. 394-419.

Macbeth, J. and L. Merville (1979): "An empirical examination of the Black-Scholes call Option Pricing Model", *Journal of Finance*, 34, págs. 1173-1186.

Merton, R.C. (1971): "Optimun Consumption and Portfolio rules in a continuous-time model", *Journal of Economic Theory*, 3, págs. 373-413.

Merton, R.C. (1976): "Option Pricing when underlying stock returns are discontinuous", *The Journal of Financial Economics*, 3, págs. 125-144.

Merton, R.C. and P.A. Samuelson (1974): "Fallacy of the log-normal approximation of optimal portfolio decision-making over many periods", *The Journal of Financial Economics*, 1, págs. 67-94.

Rubinstein, M. (1985): "Nonparametric Test of alternative Option Pricing models using all reported trades and quotes on the 30 most active CBOE option classes from August 23, 1976 through August 31, 1978", *Journal of Finance*, 40, págs. 455-480.

Press, J.S. (1967): "A compound events model for security prices", *The Journal of Business*, 40, págs. 317-335.

Samuelson, P.A. (1965): "Rational theory of warrant pricing", *Industrial Management Review*, 6, págs. 13-31.

Fecha de recepción del original: Septiembre, 1994
Versión final: Enero, 1996

ABSTRACT

The Black-Scholes (1973) option pricing model has often been tested on the data emerging from different option markets. In general, it has been observed that the model underprices out-of-the-money and close to maturity options. Several attempts have been made in the literature to achieve better forecasting ability in option pricing models: the introduction of stocastic volatilities, time varying interest rates, explanatory processes of underlying returns different from the classic lognormal, etc. From among these, the model introduced by Merton (1976) seems particulary appealing. This model proposes a jump-diffusion process to capture the features of the stock return. According to Merton's assumption, the price of an option could be assimilated to wheigthed average Black-Scholes values, where each one of them is calculated over a variance measure which will be different depending on the number of jumps considered.

In this paper we compare the forecast abilities of the Merton and the Black-Scholes option pricing models utilizing data from the emergent Spanish option market (MEFFSA, Renta Variable), particulary of its more liquid segment, i.e., the call options written on "Telefónica".

Keywords: stock option pricing, jump diffusion processes.