

CONTRASTES DE ESTACIONARIEDAD EN SERIES CON UN CAMBIO EN LA MEDIA

*M.^a JOSÉ PRESNO
ANA JESÚS LÓPEZ
Universidad de Oviedo*

En este trabajo se presentan análisis de simulación que permiten apreciar la existencia de distorsiones en el tamaño del test KPSS cuando la serie objeto de estudio presenta un cambio en su media. Estas distorsiones dependen tanto de la posición relativa de la ruptura en la muestra como de la magnitud de la misma, mostrándose independientes de su sentido.

A la vista de estas limitaciones proponemos un test modificado que permite contrastar la hipótesis de estacionariedad en torno a un nivel con una ruptura exógena, obteniendo mediante simulación los valores críticos y resumiéndolos en superficies de respuesta.

Asimismo estudiamos el tamaño empírico y la potencia del test propuesto bajo distintas situaciones, con especial énfasis en el análisis de especificación incorrecta del momento de ruptura.

El trabajo finaliza con una aplicación del test propuesto a una serie clásica afectada por un cambio en su nivel.

Palabras clave: test KPSS, rupturas, métodos de Monte Carlo, valores críticos.

Clasificación JEL: C15, C32.

La realidad económica muestra abundantes ejemplos de magnitudes que –aun presentando un comportamiento estacionario– sufren cambios estructurales en su evolución. Este tipo de situaciones no son fáciles de detectar mediante los contrastes estadísticos habituales, con lo cual existe el riesgo de tratar una serie estacionaria con cambio estructural como si presentase una raíz unitaria. Por otra parte –tal y como comentan Chu y White (1992)– si la serie está generada por un proceso $I(1)$ con deriva y sin cambio, también se corre el riesgo de rechazar erróneamente la hipótesis de no existencia de rupturas, al sugerir la presencia de un cambio espurio.

La primera de estas cuestiones, la distinción entre procesos $I(1)$ e $I(0)$ que presentan rupturas, fue planteada por Rappoport y Reichlin (1989) y Perron (1989, 1990). Este último autor observa cómo, al analizar series estacionarias en torno a una tendencia o un nivel que presenta cambios, el estimador del parámetro

autorregresivo se aproxima a la unidad a medida que la magnitud de éstos aumenta, llevándonos a no rechazar la hipótesis de raíz unitaria¹.

La solución propuesta por Perron consistió en extender el contraste de Dickey-Fuller (ADF) introduciendo variables ficticias para recoger el efecto del cambio, considerando el punto de ruptura conocido a priori. Posteriormente Christiano (1992) observaría la existencia de sesgos en los valores críticos de los contrastes que llevan a rechazar la hipótesis de raíz unitaria si el punto de ruptura se elige a priori, considerando que éste ha de ser otro parámetro a determinar endógenamente en el modelo. Dentro de esta línea se encuadran los trabajos de Perron y Vogelsang (1992 a), Zivot y Andrews (1992) y Banerjee y otros (1992) para el caso de una ruptura y, más recientemente, las aportaciones de Lumsdaine y Papell (1997) y Clemente y otros (1998), que incorporan la posibilidad de dos rupturas.

Una crítica que han recibido los contrastes de integrabilidad es que adoptan como hipótesis nula la existencia de raíz unitaria en la serie objeto de estudio, supuesto que –siguiendo la metodología de los contrastes clásicos– no se rechaza a menos que exista una fuerte evidencia en contra. Como consecuencia, la aplicación empírica de estos contrastes conduce a menudo a la conclusión de que las series económicas presentan raíz unitaria.

La escasa potencia y las distorsiones en tamaño observadas en algunos contrastes de raíz unitaria, la conveniencia de analizar la hipótesis de cointegración, y la necesidad de llegar a conclusiones fiables sobre el carácter de las series, motivó la construcción de contrastes cuya hipótesis de partida es la estacionariedad. Algunas propuestas en este sentido aparecen en los trabajos de Kwiatkowski y otros (1992), Leybourne y McCabe (1994), o Choi (1994)², autores que también abogan por la aplicación conjunta de ambos tipos de contrastes.

No obstante, los tests de estacionariedad también presentan limitaciones cuando la serie objeto de estudio sufre rupturas. En estos casos, Lee y otros (1997) demuestran que el contraste propuesto por Kwiatkowski y otros (KPSS en adelante) diverge y tiende a rechazar la hipótesis de estacionariedad, aspecto éste que es corroborado mediante un estudio de simulación. En la sección 2 de este trabajo abordamos, también mediante procedimientos de Monte Carlo, el análisis del tamaño y potencia del test para el caso de series que no presentan tendencia, analizando el efecto de distintos factores como el sentido y la magnitud de la ruptura o su posición relativa dentro de la muestra.

Dado que esta limitación desaconseja el uso directo del contraste KPSS en presencia de cambios estructurales, en la sección 3 estudiamos una propuesta de

(1) Posteriormente, Montañés y Reyes (1998) y Montañés (1997 a) demuestran que, en términos generales, los estadísticos Dickey-Fuller no están asintóticamente sesgados a favor de la hipótesis nula, resultando posible el rechazo de esta hipótesis para determinadas combinaciones de tamaño muestral, magnitud y posición relativa de la ruptura en la muestra. No obstante, estos autores constatan mediante procedimientos de Monte Carlo que la conclusión de Perron (1989) sigue siendo válida para los tamaños muestrales habituales.

(2) Otras propuestas relevantes aparecen en los trabajos de Park y Choi (1988), Park (1990), Saikkonen y Luukkonen (1993), Herce (1991), Kahn y Ogaki (1992), Bierens y Guo (1993) y Lobato y Robinson (1998) para el análisis de alternativas fraccionales.

modificación del test (el contraste $KPSSM_{\mu}$) que permitirá analizar la hipótesis de estacionariedad en torno a un nivel que cambia en un punto conocido a priori. Antecedentes en este sentido aparecen en el trabajo de Lee (1996 a), quien propone un procedimiento en el que el punto de ruptura es determinado endógenamente mediante mecanismos análogos a los utilizados en los contrastes de raíz unitaria.

En nuestro trabajo obtenemos mediante simulación los valores críticos del contraste $KPSSM_{\mu}$, que dependen de la proporción de muestra afectada por el cambio y del tamaño muestral, rasgo que nos lleva a introducir una superficie de respuesta.

En la sección 4 analizamos el tamaño y potencia del test bajo distintos escenarios, que incluyen tanto el caso de determinación correcta del momento de ruptura como el de especificación incorrecta del mismo.

Por su parte, en la sección 5 se ilustra la aplicación del test modificado con el estudio de una serie clásica afectada por una ruptura, comparando los resultados con los que se derivan del contraste que no contempla la presencia de cambios en las series.

El trabajo finaliza con unas breves reflexiones sobre las conclusiones obtenidas.

1. COMPORTAMIENTO DEL TEST KPSS EN PRESENCIA DE CAMBIOS DE NIVEL

Numerosas investigaciones se han centrado en el análisis de los contrastes de raíz unitaria cuando la serie objeto de estudio carece de tendencia determinista y presenta un salto en sus niveles medios. Entre estos trabajos podemos citar las aportaciones de Perron (1990), Chen y Tiao (1990), Hendry y Neale (1991), Sánchez de la Vega (1995), Perron y Vogelsang (1992 a, b), o Montañés (1997 a, b).

El interés de estos trabajos se fundamenta en la existencia de series económicas adaptadas al caso de estudio. Un ejemplo de la aplicación de estos contrastes es el análisis de la hipótesis de paridad de poder de compra, que en términos estadísticos implica que las fluctuaciones en el tipo de cambio real entre dos monedas son estacionarias, por lo que la presencia de una raíz unitaria conlleva la violación de este supuesto. Perron y Vogelsang (1992 a) estudian esta hipótesis para distintas series, concluyendo que son estacionarias si se incorporan las rupturas, a diferencia de lo que se deriva de la aplicación del test ADF. Otros ejemplos aparecen en las series de tipo de interés y desempleo analizadas en Perron (1990) y Perron y Vogelsang (1992 b).

La relevancia de estos temas aconseja el análisis del comportamiento del test KPSS en series con estas características, aspecto que estudiamos en esta sección. Para ello introducimos el contraste KPSS, analizando posteriormente su funcionamiento en series con un cambio en su nivel.

1.1. El contraste KPSS

Kwiatkowski y otros (1992) analizan la hipótesis de estacionariedad en torno a nivel asumiendo que la serie es la suma de un paseo aleatorio y un componente estacionario:

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \varepsilon_t \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + u_t \end{aligned} \quad [1]$$

donde ε_t son iidN(0, σ_ε^2), u_t son iidN(0, σ_u^2), y μ_0 es una constante desconocida. Esta expresión puede ser derivada como un caso especial del modelo de espacio de los estados analizado por Nabeya y Tanaka (1988) para el contraste de la hipótesis de constancia en los coeficientes de regresión frente a la alternativa de que éstos siguen un paseo aleatorio.

Sobre el modelo [1] se contrasta:

$$\begin{aligned} H_0 : \sigma_u^2 &= 0 \\ H_1 : \sigma_u^2 &> 0 \end{aligned}$$

Así, bajo la hipótesis nula el proceso es estacionario, mientras que bajo la alternativa presenta una raíz unitaria, si bien el test resulta consistente frente a otras alternativas (caso de los procesos integrados fraccionalmente), tal y como demuestran Lee y Schmidt (1996).

Conviene recordar que el modelo [1] presenta una forma reducida ARIMA (0,1,1) cuyo coeficiente media móvil (θ) se relaciona con σ_u^2 a través del cociente señal-ruido, q :

$$q = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_\varepsilon^2} \qquad \theta = \frac{q + 2 - \sqrt{q^2 + 4q}}{2} \qquad [2]$$

De este modo, el test de estacionariedad equivale a contrastar la existencia de una raíz unitaria en el componente MA de la primera diferencia de la serie.

El estadístico de contraste de esta hipótesis es el de los Multiplicadores de Lagrange (ML), que coincide con el correspondiente al test Invariante Localmente de Máxima Potencia³ (ILMP), y se deriva como un caso especial del estadístico analizado por Nabeya y Tanaka (1988):

$$ML = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} \qquad [3]$$

donde $S_t = \sum_{i=1}^t e_i$, $t = 1, 2, \dots, T$, siendo e_t los residuos de la regresión de y_t sobre constante ($e_t = y_t - \bar{y}$) y $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ el estimador de la varianza del error.

Dado que el supuesto de que los errores ε_t son iidN(0, σ_ε^2) resulta demasiado restrictivo, Kwiatkowski y otros (1992) lo relajan, permitiendo dependencia en el tiempo al asumir que los errores satisfacen las condiciones de regularidad de Phillips y Perron (1988) o de Phillips y Solo (1989) que permiten considerar procesos ARMA. En este caso el estadístico de contraste, una vez normalizado, es:

(3) A lo largo de este trabajo se estudia el test ILMP una vez normalizado, que por extensión se conoce frecuentemente en la literatura como test KPSS.

$$\hat{\eta}_\mu = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{T^2 s^2(l)} \quad [4]$$

donde $s^2(l)$ es un estimador consistente de σ^2 , $\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} E(S_T^2)$.

Kwiatkowski y otros (1992) sugieren:

$$s^2(l) = T^{-1} \sum_{t=1}^T e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l \omega(s,l) \sum_{t=s+1}^T e_t e_{t-s}$$

siendo $\omega(s,l)$ la ventana de Bartlett con una amplitud⁴ l :

$$\omega(s,l) = 1 - \frac{s}{l+1}$$

1.2. Efecto de una ruptura sobre el contraste KPSS

Resulta relevante examinar el comportamiento del test KPSS, en lo que a tamaño y potencia se refiere, para aquellos procesos que presentan un cambio en su media. Un antecedente en este sentido aparece en el trabajo de Lee y otros (1997), quienes analizan el comportamiento asintótico del estadístico, demostrando su divergencia. Estos autores también realizan un estudio de Monte Carlo centrado en el efecto de la magnitud de la ruptura sobre el test.

Nuestro trabajo complementa este análisis de simulación, examinando la influencia de factores como el sentido del cambio, el momento en que éste se produce o el tamaño muestral. Para ello generamos series con distintas características, partiendo del PGD:

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \gamma DU_t + \varepsilon_t \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + u_t \end{aligned} \quad [5]$$

donde $DU_t = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq T_b \\ 1 & \text{si } t > T_b \end{cases}$, γ recoge la magnitud del cambio y T_b representa el

momento en el que éste se produce. El caso analizado en este trabajo es el más restrictivo en el que ε_t es iidN(0, σ_ε^2), con lo que $l = 0$, y consideramos $\sigma_\varepsilon^2 = 1$.

(4) Los dos factores que ejercen influencia sobre la varianza a largo plazo son l y el núcleo. Algunos trabajos que analizan el efecto de estos factores se deben a Kim y Schmidt (1990), Lee (1996 b) y Hobijn y otros (1998). Este último sugiere una extensión del test KPSS en la que se introduce un procedimiento automático en la elección de la amplitud de ventana basado en la aplicación del método de Newey y West (1994), que reduce las distorsiones en tamaño sin provocar inconsistencia cuando se analizan procesos altamente autorregresivos. También defienden la aplicación del núcleo espectral cuadrático, que produce estimaciones más eficientes que los restantes en muestras finitas. Por otro lado, Leybourne y McCabe (1994) plantean un modelo de similares características, pero que difiere del anterior en el tratamiento de la autocorrelación. Frente a la corrección no paramétrica de KPSS, Leybourne y McCabe realizan una corrección paramétrica similar a la del test ADF.

Denotamos por $\lambda = T_b/T$ la posición relativa de la ruptura en la muestra y, con el objetivo de estudiar el comportamiento del test, consideramos los valores $\lambda = 0,1, 0,3, 0,5, 0,7$, tamaños muestrales $T = 100$ y 500 y magnitudes de ruptura $\gamma = 0, \pm 0,5, \pm 1, \pm 3$ y ± 6 , realizando 5.000 repeticiones en cada uno de los experimentos.

Nuestro estudio comienza con la generación de series con $\sigma_u^2 = 0$ y tamaño 100 para cada valor de γ , sobre las que se aplica el contraste KPSS. El tamaño del test para un nivel del 5%, junto con la media, desviación típica y otras medidas⁵ del estadístico para cada PGD aparecen en el cuadro 1.

A la luz de estos resultados podemos destacar algunos rasgos relevantes:

– Se observan graves distorsiones en el tamaño del test que conducen a un rechazo de la hipótesis nula muy por encima de su valor nominal, y que aumentan cuando se consideran muestras de mayor tamaño⁶. Esta conclusión coincide con el Teorema 1 de Lee y otros (1997).

– Las distorsiones en el tamaño del test guardan una relación directa con la magnitud de ruptura. Este aspecto se puede investigar igualmente a través del coeficiente de asimetría de la distribución, que tiende a disminuir a medida que aumenta la ruptura, pasando de una distribución asimétrica a la derecha a otra asimétrica a la izquierda. Sin embargo, el estadístico no se muestra sensible al sentido del cambio, y así lo demuestra el hecho de que los valores para cambios positivos y negativos coinciden. Como consecuencia de este rasgo en el resto del trabajo se han omitido las rupturas de magnitud negativa.

– Un último aspecto que investigamos es el efecto de la posición relativa de la ruptura en la muestra, observando un comportamiento simétrico respecto al valor central y una disminución de las distorsiones a medida que la ruptura se aproxima a los extremos de la muestra, lo cual viene a revelar una mayor gravedad en la aplicación del test cuando la ruptura se acerca a posiciones centrales de la muestra. No obstante, si examinamos las distorsiones presentes en muestras con mayor número de observaciones, este comportamiento simétrico tiende a diluirse como consecuencia de la divergencia del estadístico.

Estas distorsiones no resultan sorprendentes a la luz de los resultados de Harvey (1989), quien indica que en un paseo aleatorio más ruidoso (también llamado *nivel local*), un cambio repentino en el nivel incrementará la estimación de la varianza de la perturbación de este término, σ_u^2 , induciendo a confusión entre procesos estacionarios y no estacionarios.

Otra vertiente del estudio es el comportamiento del test bajo la hipótesis alternativa, esto es, el análisis de potencia. En este sentido, Lee y otros (1997) demuestran que, bajo la hipótesis alternativa de raíz unitaria, la distribución asintótica del estadístico no se ve afectada por la ruptura, conclusión que es corroborada

(5) El análisis de la forma (asimetría y curtosis) ha sido llevado a cabo a través de los coeficientes de Fisher, siendo 3 el valor de referencia de la medida de curtosis para la distribución Normal.

(6) Comprobamos esta circunstancia tras analizar los resultados correspondientes a muestras con 500 observaciones, que no recogemos en este trabajo. A modo de ejemplo, para estas muestras, con una ruptura de magnitud 1 y $\lambda = 0,1$, el porcentaje de rechazos se eleva al 97,80%.

Cuadro 1: TAMAÑO DEL TEST KPSS EN PRESENCIA DE CAMBIOS EN NIVEL ($T = 100, \sigma_u^2 = 0, \alpha = 0,05$)

γ		% rechazos	Media	Desviación típica	Mínimo	Máximo	Asimetría	Curtosis
0	-	5	0,164	0,146	0,015	1,226	2,606	13,081
-0,5	$\lambda = 0,1$	10,95	0,231	0,198	0,015	2,050	2,199	10,100
	$\lambda = 0,3$	45,80	0,510	0,367	0,025	2,933	1,255	5,010
	$\lambda = 0,5$	60,35	0,645	0,425	0,021	3,180	1,027	4,164
0,5	$\lambda = 0,7$	43,70	0,494	0,362	0,020	2,245	1,328	5,155
	$\lambda = 0,1$	10,45	0,228	0,195	0,017	1,684	2,160	9,502
	$\lambda = 0,3$	44,70	0,497	0,357	0,019	2,594	1,223	4,771
	$\lambda = 0,5$	60,50	0,644	0,418	0,018	2,624	0,936	3,833
-1	$\lambda = 0,7$	47,25	0,513	0,367	0,026	2,362	1,262	4,963
	$\lambda = 0,1$	32,90	0,404	0,280	0,018	2,567	1,394	5,661
	$\lambda = 0,3$	96,60	1,348	0,562	0,079	3,876	0,575	3,364
	$\lambda = 0,5$	99,30	1,803	0,626	0,120	4,425	0,282	2,924
1	$\lambda = 0,7$	96,30	1,356	0,551	0,043	3,802	0,403	3,062
	$\lambda = 0,1$	32,35	0,403	0,292	0,023	2,268	1,544	6,397
	$\lambda = 0,3$	97	1,347	0,558	0,106	3,783	0,519	3,131
	$\lambda = 0,5$	99,40	1,800	0,639	0,125	4,500	0,373	2,976
-3	$\lambda = 0,7$	96,70	1,351	0,557	0,042	3,816	0,516	3,117
	$\lambda = 0,1$	99,80	1,434	0,428	0,252	3,329	0,508	3,364
	$\lambda = 0,3$	100	4,637	0,508	3,054	6,474	-0,031	2,851
	$\lambda = 0,5$	100	5,830	0,483	3,801	7,330	-0,128	2,999
3	$\lambda = 0,7$	100	4,640	0,513	2,850	6,263	-0,010	3,044
	$\lambda = 0,1$	99,70	1,416	0,423	0,291	3,253	0,430	3,185
	$\lambda = 0,3$	100	4,636	0,511	2,938	6,601	-0,012	3,016
	$\lambda = 0,5$	100	5,816	0,485	3,628	7,408	-0,188	3,184
-6	$\lambda = 0,7$	100	4,624	0,509	2,583	6,530	-0,052	3,136
	$\lambda = 0,1$	100	2,333	0,336	1,227	3,467	0,201	2,986
	$\lambda = 0,3$	100	6,212	0,292	5,138	7,202	-0,044	2,908
	$\lambda = 0,5$	100	7,524	0,248	6,677	8,326	-0,060	2,881
6	$\lambda = 0,7$	100	6,209	0,290	5,177	7,242	-0,040	2,936
	$\lambda = 0,1$	100	2,333	0,339	1,385	3,728	0,187	3,007
	$\lambda = 0,3$	100	6,210	0,286	5,211	7,119	-0,073	2,950
	$\lambda = 0,5$	100	7,526	0,251	6,543	8,408	-0,192	3,171
	$\lambda = 0,7$	100	6,204	0,294	5,168	7,192	-0,024	3,039

mediante un estudio de Monte Carlo en el que analizan muestras de tamaño 100. En nuestro estudio de simulación consideramos también este tamaño muestral junto con un abanico más amplio de valores de q [que coincide con el analizado por Kwiatkowski y otros (1992)], y diversos valores de λ , obteniendo resultados que discrepan ligeramente de la conclusión de Lee y otros (1997), tal y como se puede apreciar a partir del cuadro 2.

– Para este tamaño muestral se observa que la distribución se ve afectada por la magnitud de la ruptura, aumentando el porcentaje de rechazos a medida que ésta se incrementa, y mostrándose este efecto con más fuerza para valores reducidos de q . Este rasgo puede ser explicado por el hecho de que las series con estos valores de q resultan más sensibles a la ruptura, mientras que para valores superiores serían precisos cambios de mayor magnitud para sentir su efecto⁷.

– Se aprecia también una dependencia del momento de ruptura para cambios de escasa magnitud y q reducidos como reflejo del comportamiento del test bajo la hipótesis nula, que se mantiene para alternativas próximas a ésta.

Como ya hemos comentado previamente, el hecho de que el cambio repentino en el nivel lleve asociada una mayor estimación de la varianza de la perturbación de este término, σ_u^2 , y por lo tanto un aumento en el cociente señal-ruido, inducirá a un mayor porcentaje de rechazos.

Un nuevo argumento que respalda estas conclusiones se puede extraer del trabajo de Tanaka (1990), quien analiza el comportamiento asintótico del contraste de raíz unitaria en modelos de medias móviles, planteando $H_0: \theta = 1$ frente a alternativas locales $\theta = 1 - \frac{c}{T}$, donde T representa el tamaño muestral y c un valor

fijado. En virtud de la relación [2] entre modelos estructurales y ARIMA, se comprueba que al aumentar el valor del cociente señal-ruido, θ disminuirá, y teniendo presente que $c = T(1 - \theta)$, para un tamaño T fijo aumentará el valor de c , que –según demostró Tanaka– guarda una relación directa con la potencia. A partir de esta expresión también se observa que al aumentar el tamaño muestral la potencia se ve incrementada, siendo ahora dos factores (T y la disminución en θ), los que contribuyen a este efecto⁸.

Los rasgos expuestos permiten concluir que el contraste de estacionariedad KPSS no resulta adecuado para el análisis de series con cambios en nivel puesto que se producen grandes distorsiones en el tamaño del test que conducen a un sobrerrechazo de la hipótesis de estacionariedad. Por su parte, la potencia se ve incrementada en muestras finitas debido a la especificación errónea. Todo esto conduce a un alto porcentaje de rechazos, sea o no cierta la hipótesis nula, y nos lleva a coincidir con la conclusión de Lee y otros (1997) de que se han de considerar los cambios estructurales para evitar distorsiones en el tamaño de los tests de estacionariedad, y

(7) La comparación de estos resultados con los obtenidos por Lee y otros (1997) permite apreciar algunas diferencias, que parecen deberse a un desplazamiento en los rótulos de las tablas de estos autores (así, los resultados que figuran en la fila $q = 0,1$ corresponderían en realidad al valor $q = 0,01$).

(8) Estos resultados han sido comprobados mediante procedimientos de Monte Carlo considerando muestras de tamaño 500.

Cuadro 2: POTENCIA DEL TEST KPSS EN PRESENCIA DE CAMBIOS EN NIVEL ($T = 100, \alpha = 0,05$)

γ		q = 0,0001	q = 0,001	q = 0,01	q = 0,1	q = 1	q = 100
0	–	6,3	16,8	58,7	92,7	98,6	99,2
0,5	$\lambda = 0,3$	46,95	48,01	64,63	92,95	98,72	99,45
	$\lambda = 0,5$	59,20	57,08	66,82	91,96	98,94	99,38
	$\lambda = 0,7$	45,32	47,52	63,96	92,68	98,86	99,40
1	$\lambda = 0,3$	95,96	90,74	80,46	92,88	98,90	99,33
	$\lambda = 0,5$	99,08	95,72	82,78	92,80	98,94	99,40
	$\lambda = 0,7$	96,18	90,28	79,58	92,94	99,06	99,56
3	$\lambda = 0,3$	100	100	100	97,64	99,02	99,42
	$\lambda = 0,5$	100	100	100	97,26	99	99,50
	$\lambda = 0,7$	100	100	100	97,58	99,04	99,44
6	$\lambda = 0,3$	100	100	100	99,92	99,12	99,45
	$\lambda = 0,5$	100	100	100	99,92	99,28	99,40
	$\lambda = 0,7$	100	100	100	99,92	99,18	99,50

para incrementar la potencia en los tests de raíces unitarias (al menos para los tamaños muestrales habitualmente disponibles en las aplicaciones empíricas).

Por último, y pese a que nuestro estudio se ha centrado en los problemas que surgen con la identificación de la estacionariedad de la serie cuando ésta sufre rupturas, conviene hacer una breve referencia a la otra vertiente del problema dual examinado por Chu y White (1992) y Nunes y otros (1995), esto es, el rechazo erróneo de la hipótesis de no existencia de rupturas cuando el proceso es $I(1)$ y no se ve afectado por cambios. En este sentido, hemos comprobado mediante análisis de simulación que el porcentaje de rechazos erróneos de la hipótesis nula (inexistencia de rupturas) aumenta con el valor de q (esto es, al alejarnos del modelo estacionario) y a medida que el supuesto cambio se aproxima al centro de la muestra. Una solución puede venir de la mano de la propuesta de Vogelsang (1998), quien desarrolla un test que permite detectar un cambio en la media y que resulta válido tanto para modelos con errores estacionarios como con raíz unitaria, siendo el momento de ruptura conocido o desconocido.

2. TEST KPSS MODIFICADO. PROPUESTA DE UNA SUPERFICIE DE RESPUESTA

Una vez puesta de manifiesto la inadecuación del contraste KPSS para el análisis de series con rupturas, parece clara la necesidad de desarrollar procedimientos que permitan el contraste de la hipótesis de estacionariedad en torno a un nivel que presenta un cambio en su media. Una propuesta en este sentido aparece en Lee (1996 a), quien considera una formulación del test de estacionariedad donde el momento de ruptura se determina endógenamente.

Por nuestra parte abordamos el análisis de una propuesta de este tipo, que denominamos test $KPSSM_{\mu}$, que considera el punto de ruptura conocido a priori. Este enfoque resultará útil desde el momento en que el investigador puede disponer de información al respecto, y como indican entre otros Perron (1990, 1997), Montañés (1997 b) o Maddala y Kim (1998), puede desear incluirla en la especificación del modelo, resultando razonable el tratamiento de variables exógenas y la aplicación de estos contrastes⁹. Por otro lado, tampoco hemos de olvidar que los contrastes secuenciales que consideran el punto de ruptura endógeno no siempre resultan lo suficientemente potentes como para detectar el punto de ruptura exacto, lo cual corrobora la conveniencia de incluir la información disponible.

Esta propuesta, que resulta por lo tanto similar a la introducida por Perron (1990) en el contraste ADF, nos permitirá contrastar la hipótesis de estacionariedad en torno a un nivel que cambia frente a la alternativa de raíz unitaria, pudiendo ser aplicada de modo complementario al test de Perron (1990)¹⁰.

(9) En particular, Perron (1997) justifica la determinación a priori del punto de ruptura si éste puede ser considerado independiente de los datos y aparece relacionado con sucesos exógenos para los cuales la teoría económica sugiere los efectos observados. Algunos ejemplos son la integración de un país dentro de una supraeconomía, la creación del Sistema Monetario Europeo (SME), cambios institucionales que afectan a alguna variable, o la crisis del petróleo de los años 70.

(10) En Presno y López (2001) aparece un análisis comparativo de ambas propuestas bajo distintas situaciones.

El modelo modificado, que se puede derivar también como un caso especial del modelo de espacio de los estados analizado por Nabeya y Tanaka (1988), se plantea como:

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \gamma DU_t + \varepsilon_t \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + u_t \end{aligned} \quad [6]$$

donde asumimos los supuestos sobre las perturbaciones considerados por Kwiatkowski y otros (1992), y que el momento en que se produce la ruptura (T_b) es conocido a priori. Dentro del modelo caben otras posibilidades, tales como la extensión al caso de múltiples rupturas, o a series que presentan tendencia, como en los casos analizados por Perron (1989).

Sobre este modelo se contrasta:

H_0 : $\sigma_u^2 = 0$, estacionariedad en torno a un nivel que presenta una ruptura en T_b .

H_1 : $\sigma_u^2 > 0$, raíz unitaria.

El estadístico de contraste se corresponde con [4], pero para el cálculo de los residuos introducimos la variable escalón anteriormente definida, obteniendo e_t a partir de la regresión de y_t sobre la constante y la variable escalón.

La siguiente cuestión que se plantea es la derivación de los valores críticos, que diferirán de los tabulados por Kwiatkowski y otros (1992) o Nabeya y Tanaka (1988). En nuestro caso los valores críticos fueron obtenidos mediante simulación, considerando 25.000 repeticiones para distintos valores de λ (desde 0,1 hasta 0,9, con incrementos de 0,1) y diferentes tamaños muestrales ($T = 50, 75, 100, 150, 200, 250, 300, 400$ y 500), lo que supone un total de 81 experimentos. Algunas conclusiones relevantes son las siguientes:

– Observamos un comportamiento simétrico de los valores críticos en torno a $\lambda = 0.5$, aspecto también presente en la propuesta de Perron (1990), aumentando los valores críticos a medida que la ruptura se aproxima a los extremos de la muestra¹¹.

– Otro elemento que creemos interesante destacar es el hecho de que los valores críticos están acotados entre los tabulados en el test KPSS para series estacionarias en torno a nivel y estacionarias en torno a tendencia. Así, los valores críticos se aproximan a los del contraste de estacionariedad en torno a tendencia para $\lambda = 0,5$, y a los del test de estacionariedad en torno a un nivel constante cuando λ se acerca a sus valores extremos.

A partir de estos resultados optamos por resumir los valores críticos en superficies de respuesta, esto es, ecuaciones que relacionan los valores críticos estimados con variables de control¹². En nuestro caso estas variables son λ y T , poniendo la superficie de respuesta:

$$p^P(\lambda', T) = \beta_0 + \beta_1 \lambda' + \beta_2 \lambda'^2 + \frac{\beta_3}{T} + \frac{\beta_4}{T^2} \quad \lambda' = \min(\lambda, (1 - \lambda)) \quad [7]$$

(11) Nuestros estudios sobre la distribución asintótica del estadístico, derivados al igual que Nabeya y Tanaka (1988) mediante el enfoque de Fredholm, confirman estos resultados.

(12) Antecedentes en este sentido los encontramos, entre otros, en MacKinnon (1994) y Cheung y Lai (1993) para el test ADF, Carrión y otros (1999) para el test de Perron (1989) y Sephton (1995) para el contraste KPSS.

donde $p^p(\lambda', T)$ es el cuantil estimado. La ecuación se estimó cuatro veces, una para cada nivel de significación considerado (10%, 5%, 2.5% y 1%), obteniéndose los resultados del cuadro 3.

A partir del cuadro observamos que la superficie de respuesta proporciona un buen ajuste¹³, constituyendo una herramienta muy útil que permite la obtención de valores críticos para cualquier valor de λ y T , siendo también susceptible de aplicación a otros casos de estudio como los analizados por Lee (1996 a).

3. ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL TEST $KPSSM_\mu$

Para culminar el estudio del test $KPSSM_\mu$ analizamos el tamaño y potencia del mismo bajo determinadas situaciones que consideramos relevantes desde el punto de vista empírico. En concreto nuestra investigación se centrará en los siguientes aspectos:

1. Tamaño y potencia del test ante distintos valores de λ y diferentes magnitudes de ruptura.
2. Aplicación del test modificado a series que no presentan rupturas.
3. Comportamiento del test modificado ante especificaciones erróneas del momento de cambio.

Nuestro objetivo fundamental será analizar los rasgos diferenciales del test $KPSSM_\mu$ con respecto al contraste que no incorpora la ruptura, por lo que asumiremos errores iid y $l = 0$, estudiando sólo aspectos relacionados con los cambios. Estos supuestos nos impedirán investigar las posibles distorsiones que pueden surgir en presencia de autocorrelación o la sensibilidad del test ante distintas elecciones de la amplitud de ventana, aspectos éstos para los que hemos comprobado que el test muestra un comportamiento similar al observado en el contraste $KPSS$ ¹⁴.

En nuestro estudio consideramos diferentes magnitudes del cambio ($\gamma = 1, 2$ y 3 en función de la desviación típica de la perturbación de la ecuación de medida) y distintas posiciones relativas del cambio en la muestra ($\lambda = 0,2, 0,3, 0,5$ y $0,8$), adoptando como referencia muestras de tamaño $T = 100$, un nivel de significación del 5%, y realizando 5.000 repeticiones en cada experimento.

3.1. *Aplicación del test $KPSSM_\mu$ correctamente especificado. Tamaño y potencia*

Tanto la posición relativa de la ruptura en la muestra como la magnitud de la misma son rasgos que diferencian a las series afectadas por estos cambios, por lo que resulta interesante estudiar el efecto de estos factores sobre el comportamiento del test.

El estudio del tamaño nos permite concluir que el funcionamiento del test $KPSSM_\mu$ es adecuado, observándose tamaños correctos para los distintos valores

(13) De modo complementario, realizamos un ejercicio de validación de la superficie de respuesta, comparando los valores críticos derivados a partir de estas ecuaciones con los obtenidos directamente mediante procedimientos de Monte Carlo, observando diferencias relativas que no superan el 4%.

(14) Un aspecto diferencial digno de destacar en procesos con componentes media móvil es la interrelación existente entre λ y el coeficiente del proceso [Presno y López (2001)].

Cuadro 3: ESTIMACIÓN DE SUPERFICIES DE RESPUESTA DEL TEST $KPSSM_{\mu}$

	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	R^2	EER ^(a)	Medio $ e $ ^(b)	Max $ e $ ^(c)
$p^{0,1}(\lambda', T)$	0,3584 (0,0020)	-0,8068 (0,0147)	0,7823 (0,0240)	0,2441 (0,0711)	0	0,9971	0,0027	0,0017	0,0107
$p^{0,05}(\lambda', T)$	0,4827 (0,0024)	-1,0980 (0,0158)	1,0231 (0,0258)	-0,9595 (0,3560)	49,6855 (15,5952)	0,9970	0,0039	0,0029	0,0131
$p^{0,025}(\lambda', T)$	0,6036 (0,0033)	-1,3723 (0,0200)	1,2256 (0,0308)	-0,9633 (0,3884)	41,8290 (17,8564)	0,9977	0,0045	0,0034	0,0124
$p^{0,01}(\lambda', T)$	0,7632 (0,0057)	-1,6904 (0,0346)	1,4113 (0,0540)	-1,6660 (0,7149)	59,8410 (30,8192)	0,9970	0,0067	0,0050	0,0156

Nota: error estándar entre paréntesis; (a): error estándar de regresión; (b): error absoluto medio de las predicciones de la superficie de respuesta frente a los valores críticos estimados; (c): máximo error absoluto.

de λ y γ . Sin embargo, los resultados de potencia obtenidos para algunos de los valores habituales del cociente q , y contenidos en el cuadro 4, merecen mayores comentarios:

– Como resultaba previsible, la potencia aumenta con q . No obstante, ésta apenas se ve afectada por la magnitud de ruptura, lo cual viene a corroborar el hecho de que el test recoge correctamente el efecto del cambio. Este aspecto contrasta con los estudios sobre el test de Perron (1990) llevados a cabo por Sánchez de la Vega (1995), quien observa ligeras disminuciones en la potencia a medida que aumenta la magnitud de ruptura. También era de prever el gran incremento de potencia que se produce al aumentar el tamaño muestral, aspecto que constatamos al analizar series con 200 observaciones.

– La potencia se ve afectada por el valor de λ , observándose un comportamiento prácticamente simétrico de la misma en torno a $\lambda = 0,5$. Este aspecto, que refleja la distribución del contraste modificado, también está presente en el test de Perron (1990), como constata Sánchez de la Vega (1995). No obstante, para el tamaño muestral considerado ($T = 100$), el sentido de la dependencia guarda relación con el valor del cociente señal-ruido. Así, para valores reducidos de q se aprecia una mayor potencia para rupturas cercanas a los extremos de la muestra, logrando cifras próximas a las observadas en el contraste de estacionariedad en torno a un nivel constante. El efecto es el opuesto para valores elevados del cociente q .

– La comparación de estos resultados con los obtenidos por Kwiatkowski y otros (1992) permite concluir que, para este tamaño muestral, la potencia del test modificado está acotada entre la observada en el test de estacionariedad en torno a un nivel constante y en torno a tendencia. Esto resulta coherente con el hecho de que la inclusión de elementos deterministas origina reducciones en la potencia de estos contrastes, y se corresponde con las características de la distribución del test apuntadas en el epígrafe anterior.

3.2. *Comportamiento del test modificado ante especificaciones erróneas*

Además de los aspectos ya tratados, debemos tener presente la posibilidad de especificación errónea del cambio, ya que el investigador puede errar en la determinación del instante en que se produce la ruptura, o bien el acontecimiento que se supone que va a provocar la ruptura puede mostrar sus efectos en otro momento del tiempo. Otro posible error en el que puede incurrir el investigador es considerar que determinado acontecimiento va a provocar una ruptura que realmente no se produce. Ambos tipos de riesgos afectarán a este test en el que se asume el momento de cambio como una variable exógena, pero también podrán presentarse en el caso de elección endógena del punto de ruptura. Así pues, en los apartados que siguen analizaremos separadamente los dos tipos de errores en los que puede incurrir el analista: la consideración de un cambio inexistente y la equivocación en la localización del mismo.

3.2.1. *Consideración de una ruptura inexistente*

En el epígrafe 1 de este trabajo se observó la inadecuación del test de estacionariedad en torno a un nivel constante cuando la serie objeto de estudio presenta rupturas. En este apartado examinaremos el problema recíproco, esto es, la

Cuadro 4: POTENCIA DEL CONTRASTE $KPSSM_{\mu}$ ($T = 100$, $\alpha = 0,05$)

γ		$q = 0,0001$	$q = 0,001$	$q = 0,01$	$q = 0,1$	$q = 1$	$q = 100$
1	$\lambda = 0,2$	5,96	13,04	49,54	88,47	98,52	99,53
	$\lambda = 0,3$	5,73	11,46	45,96	88,80	98,92	99,62
	$\lambda = 0,5$	5,84	9,03	42,54	91,49	99,66	99,92
	$\lambda = 0,8$	5,35	13,32	48,92	88,30	98,51	99,20
2	$\lambda = 0,2$	5,43	12,92	50,17	88,86	98,52	99,21
	$\lambda = 0,3$	6	10,89	44,64	88,92	99,08	99,66
	$\lambda = 0,5$	5	8,32	43,88	92,04	99,52	99,94
	$\lambda = 0,8$	5,78	12,68	49,77	88,03	98,08	99,24
3	$\lambda = 0,2$	5,77	12,82	49,09	89,61	98,48	99,36
	$\lambda = 0,3$	6,37	10,47	46,46	88,96	99,34	99,64
	$\lambda = 0,5$	5,48	8,64	41,84	91,88	99,46	99,09
	$\lambda = 0,8$	6,10	13,46	48,03	88,16	98,67	99,16

aplicación del contraste $KPSSM_{\mu}$ a series que no sufren cambios, observando los efectos sobre el tamaño y la potencia, y comparando los resultados con los que se derivarían del contraste KPSS.

Para analizar estos aspectos generamos series sin rupturas, aplicando sobre ellas la versión modificada del test para distintas posiciones relativas asumidas para la ruptura, λ^* . Los resultados no permiten apreciar distorsiones en tamaño, contrastando con las nefastas consecuencias derivadas de la aplicación del test KPSS a series con rupturas. En cuanto a la potencia del test modificado, los resultados son también análogos a los comentados en el caso de especificación correcta de la ruptura: simetría en torno a $\lambda^* = 0,5$, dependencia de q y, en general, menores porcentajes de rechazos que en el test para el análisis de estacionariedad en torno a un nivel constante.

Este comportamiento contrasta con el observado en el test de Perron a través de diversos estudios, en los que se aprecia que la potencia es mayor cuando no existe cambio que cuando éste se presenta. En el test $KPSSM_{\mu}$ ni el tamaño ni la potencia se ven alterados por la existencia de cambio y por la magnitud del mismo, y la contrapartida a las importantes distorsiones en el tamaño que surgirían en el caso de obviar la ruptura es una ligera reducción en potencia, cuya cuantía depende de dónde situemos el punto de ruptura. Esto nos lleva a aconsejar la aplicación del test modificado ante la mínima sospecha de existencia de cambios en nivel.

3.2.2. Especificación errónea del momento de cambio

Aun siendo un buen conocedor de la realidad estudiada, el investigador puede incurrir en errores en la determinación del punto de cambio¹⁵. Para investigar las consecuencias de esta especificación errónea generamos series bajo el PGD [6] con rupturas en $T_b = \lambda T$, donde $\lambda = 0,2, 0,3, 0,5$ y $0,8$. Para cada caso analizamos los efectos de considerar la ruptura erróneamente en otros puntos, $T_b^* = \lambda^* T$, donde $\lambda^* = \lambda + \kappa$, con $\kappa = \pm 0,03, \pm 0,05, \pm 0,1$.

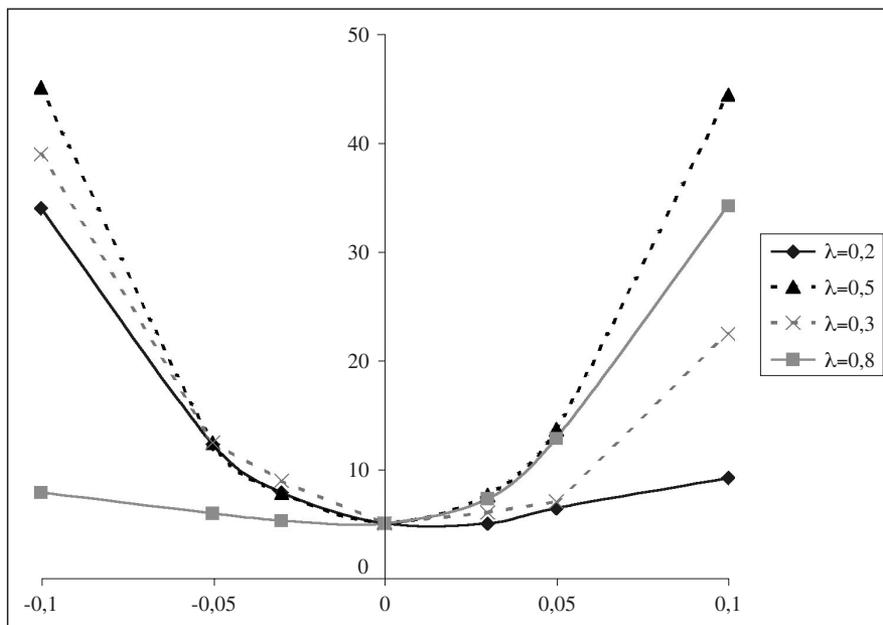
Los resultados de tamaño aparecen recogidos en el cuadro 5, y permiten comprobar que bajo la hipótesis de estacionariedad se observan distorsiones que conducen a un sobrerrechazo de la hipótesis de estacionariedad, y que van aumentando a medida que se incrementa la magnitud de la ruptura y el error en la determinación de la misma. En concreto, el gráfico 1 representa el porcentaje de rechazos ante especificaciones erróneas para distintos λ y κ , considerando $\gamma = 1$, si bien el comportamiento es similar para otras magnitudes de la ruptura.

El examen del gráfico 1 permite observar otros aspectos de interés:

- Cuando la ruptura se produce en el centro de la muestra se aprecia un comportamiento prácticamente simétrico del test, con porcentajes de rechazos similares ante errores en la detección del momento de cambio por exceso y defecto de igual magnitud.

(15) Una situación de este tipo aparece descrita en Montañés (1997 b), quien expone el caso de la exportación de manufacturas en España a raíz de la entrada de nuestro país en la Unión Europea en 1986 y la consecuente introducción del IVA en sustitución del sistema de imposición indirecta español. En esta variable la ruptura se produjo de modo anticipado en 1985 debido a los beneficios fiscales del impuesto precedente, que suponía una velada protección a los productos españoles a través de ajustes fiscales en frontera.

Gráfico 1: TAMAÑO DEL TEST $KPSSM_{\mu}$ ANTE ESPECIFICACIONES ERRÓNEAS PARA DISTINTOS λ Y κ ($\gamma = 1$)



– Para valores de λ simétricos respecto a 0,5 (como 0,2 y 0,8) se observa que las distorsiones son muy similares ante errores de localización de la ruptura de igual magnitud y sentido opuesto¹⁶.

– Si la ruptura surge en la primera mitad de la muestra, las distorsiones son menores cuando el error se origina por exceso, invirtiéndose el proceso para cambios que afectan a la segunda mitad de la serie.

Por último, y dada la influencia que puede tener este tipo de error sobre las conclusiones finales del test, investigamos el efecto del tamaño muestral, para lo cual se generaron muestras con 200 observaciones y $\lambda = 0,5$, considerando los mismos errores que en los casos anteriores. El análisis de los resultados permite seguir observando el comportamiento simétrico antes reseñado, si bien ante los mismos valores de λ^* se aprecian porcentajes de rechazos más elevados que para series de tamaño 100. No obstante, en este punto conviene tener presente que al aumentar el tamaño muestral un mismo valor de λ^* se corresponde con un mayor número de

(16) Así para $\lambda = 0,2$ se producen más distorsiones si el error es por defecto (esto es, al considerar que la ruptura se produjo con anterioridad al punto de cambio real), siendo éstas similares a las observadas para $\lambda = 0,8$ ante errores de igual magnitud por exceso.

unidades de error. En cambio, si se contemplan iguales unidades de error para muestras de tamaño 100 y 200, surgen menores distorsiones en estas últimas¹⁷.

Los resultados relativos a la potencia aparecen resumidos en el cuadro 5.

El análisis de la potencia nos permite resaltar algunos aspectos:

– El porcentaje de rechazos es superior al observado con cambios bien especificados, aumentando con los valores de γ ó $|\kappa|$. Esto se puede explicar a partir del incremento en los errores, que incidirá en un mayor valor del estadístico y por lo tanto del porcentaje de rechazos.

– Para los valores de q más reducidos, la potencia sufre un gran incremento a medida que aumenta el valor de $|\kappa|$, presentándose algunas situaciones como las ilustradas en el gráfico 2. Asumiendo una ruptura $\gamma = 3$, este gráfico representa los porcentajes de rechazos observados para distintas desviaciones (κ) y diferentes cocientes señal-ruido, apreciándose para algunos valores de κ un mayor porcentaje de rechazos cuando $q = 0,0001$ que para $q = 0,001$. Este comportamiento, en principio paradójico, coincide con el observado al estudiar la potencia del test KPSS en presencia de ruptura, resultando aplicable la misma explicación que en aquel caso.

– Manteniendo la magnitud de ruptura ($\gamma = 3$), el gráfico 3 muestra el porcentaje de rechazos ante distintas desviaciones (κ) y diferentes puntos de ruptura. Esta representación permite apreciar que, para los diferentes valores de q , se conserva el comportamiento señalado en el tamaño del test ante especificaciones erróneas: si $\lambda = 0,5$ existe simetría para desviaciones de idéntico módulo y sentido contrario, y un comportamiento “opuesto” para valores equidistantes de $\lambda = 0,5$.

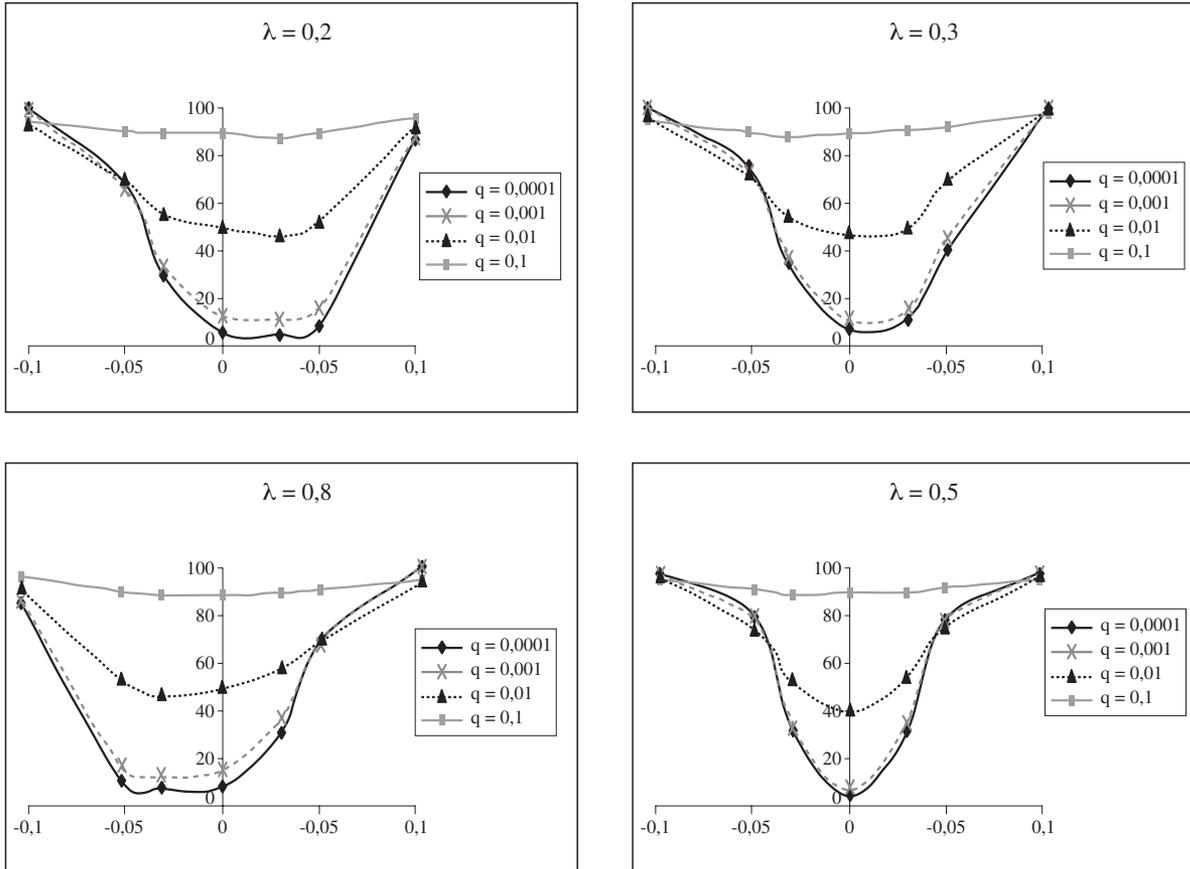
Por otro lado, cuando $|\kappa|$ adopta valores reducidos, la potencia muestra una dinámica común a la presente en el caso de rupturas bien especificadas, de modo que para valores de q reducidos, el porcentaje de rechazos es mayor si el cambio se aproxima a los extremos, invirtiéndose el proceso para valores elevados del cociente señal-ruido. Sin embargo, en el caso de desviaciones elevadas la potencia es superior para $\lambda = 0,5$.

La conclusión final que se puede extraer de este punto es que, en caso de especificación errónea del momento de cambio, el test nos llevará a un alto porcentaje de rechazos sea o no cierta la hipótesis de estacionariedad. Pese a este resultado, podemos concluir que las distorsiones en tamaño resultan de menor gravedad si el error se produce por exceso en la primera mitad de la muestra, y por defecto en la segunda mitad.

Este comportamiento anómalo también se reproduce en el test de Perron (1990), tal y como constatan Hecq y Urbain (1993) al analizar mediante simulación series con cambios en el centro de la muestra. En concreto, estos autores observan que ante rupturas de gran magnitud y errores por defecto, se reduce el porcentaje de rechazos de la hipótesis de raíz unitaria tanto bajo la hipótesis nula como bajo la alternativa; sin embargo, cuando el error se produce por exceso aparecen distorsiones en el tamaño del test que llevan a rechazos de la hipótesis nula

(17) A modo de ejemplo, en el caso $\gamma = 1$ para una serie con $T = 100$ y $\lambda^* = 0,3$ (lo que representa 20 unidades de error) la proporción de rechazos es del 87,62%; en cambio, en una serie con $T = 200$ y $\lambda^* = 0,4$ (que también representa un error de 20 unidades), el porcentaje pasa a ser del 76,82%.

Gráfico 2: POTENCIA DEL TEST $KPSSM_{\mu}$ ANTE ESPECIFICACIÓN ERRÓNEA DEL PUNTO DE RUPTURA PARA DIFERENTES λ ($\gamma = 3$)



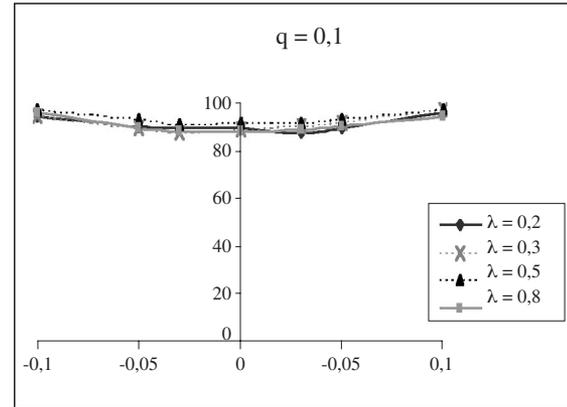
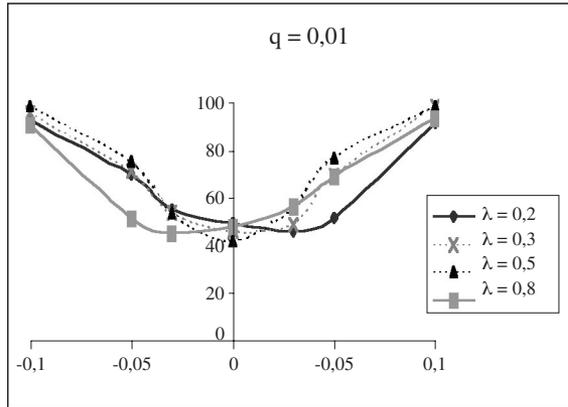
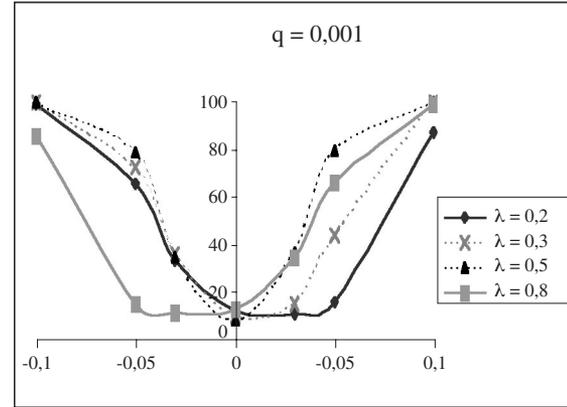
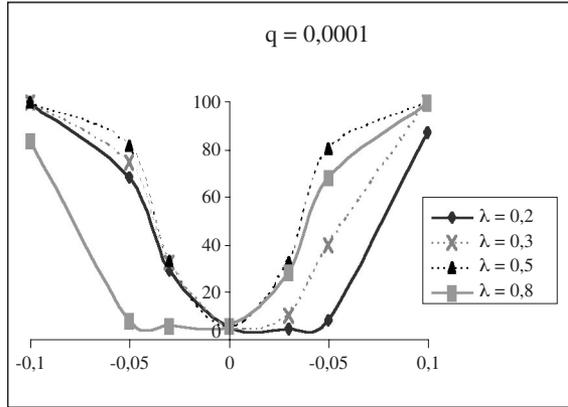
**Cuadro 5: TAMAÑO ($q = 0$) Y POTENCIA ($q > 0$) DEL CONTRASTE $KPSSM_{\mu}$
ANTE ESPECIFICACIÓN ERRÓNEA DEL PUNTO DE RUPTURA ($T = 100, \alpha = 0,05$)**

κ	γ	$q = 0$				$q = 0,001$				$q = 0,01$			
		$\lambda = 0,2$	$\lambda = 0,3$	$\lambda = 0,5$	$\lambda = 0,8$	$\lambda = 0,2$	$\lambda = 0,3$	$\lambda = 0,5$	$\lambda = 0,8$	$\lambda = 0,2$	$\lambda = 0,3$	$\lambda = 0,5$	$\lambda = 0,8$
-0,1	1	33,9	38,86	44,98	7,83	40,1	41,2	46,3	15,4	62,7	60	59,1	49,3
	2	90,65	93,92	96,44	30,8	86,1	89,8	95	39	79,4	81,7	86,8	77,9
	3	99,67	100	100	84,68	99,4	99,8	100	85,9	92,9	95,8	98,8	90,82
-0,05	1	12,26	12,42	12,36	5,91	21,3	20,3	18,5	11,8	53,1	50,3	46,1	46,2
	2	37,14	39,72	43,02	5,47	39,3	44,1	46,9	14,2	60,8	58,1	60	50,5
	3	69,71	75,42	78,5	7,66	65,7	72,7	78,9	15,5	69,6	71,2	75,8	52,1
-0,03	1	7,85	8,91	7,8	5,24	16,4	14,4	12,1	11,9	52,3	47,3	42,9	47,9
	2	15,18	17,25	15,8	4,95	23,8	22,5	19,8	11,8	53,9	51,2	47,7	47
	3	28,61	33,82	32,2	4,72	33,4	36,2	34,7	11,7	55,6	53,8	53,9	45,3
0,03	1	4,73	6,02	7,58	7,26	12,7	11	11,8	16,1	48,4	44,1	43,5	50,3
	2	5,41	6,5	16,54	15,82	11,8	11,4	21,9	21,5	48,2	46,4	48,5	54,5
	3	4,26	9,22	32,82	28,74	11,2	15,1	36,9	35,1	46,3	48,8	55,3	56,6
0,05	1	6,29	6,68	13,64	12,8	12,6	12	17,8	20,6	49	47,4	46,4	52,6
	2	5,46	15,02	43,9	37,1	13,1	22,5	45,8	40,8	48,2	54,5	60,1	62
	3	7,64	33,64	80,94	69,94	15,8	44,3	79,7	66,7	51,6	69,3	76,6	68,9
0,1	1	9,16	22,38	44,34	34,15	16,6	28,8	45,4	40,5	48,8	57,7	58,1	63,8
	2	33,68	84,74	96,5	92,32	42,8	85,7	95,5	86,3	69,7	85,8	85,9	81
	3	85,27	99,82	100	99,94	87,3	99,8	99,9	99,4	91,8	98,6	98,7	93,8

**Cuadro 5: TAMAÑO ($q = 0$) Y POTENCIA ($q > 0$) DEL CONTRASTE $KPSSM_{\mu}$
ANTE ESPECIFICACIÓN ERRÓNEA DEL PUNTO DE RUPTURA ($T = 100$, $\alpha = 0,05$) (CONTINUACIÓN)**

κ	γ	$q = 0,1$				$q = 1$				$q = 100$			
		$\lambda = 0,2$	$\lambda = 0,3$	$\lambda = 0,5$	$\lambda = 0,8$	$\lambda = 0,2$	$\lambda = 0,3$	$\lambda = 0,5$	$\lambda = 0,8$	$\lambda = 0,2$	$\lambda = 0,3$	$\lambda = 0,5$	$\lambda = 0,8$
-0,1	1	90,4	89,8	91,06	88,7	98,5	98,62	99,3	99,02	99,26	99,25	99,78	99,54
	2	92,9	90,8	94,82	92,66	98,6	98,37	99,5	99,05	99,35	99,29	99,72	99,55
	3	94,1	94,3	97,21	95,94	98,4	98,66	99,46	99,02	99,17	99,25	99,94	99,59
-0,05	1	89,8	88,9	91,73	88,32	98,42	98,87	99,57	98,66	99,26	99,2	99,95	99,48
	2	89,9	89,2	91,95	89	98,6	98,3	99,32	99,08	99,21	99,21	99,87	99,45
	3	90,2	89,5	92,9	89,6	98,4	98,94	99,5	98,93	99,17	99,16	99,81	99,56
-0,03	1	89,3	89	90,95	88	98,4	99,26	99,54	98,41	99,58	99,45	99,81	99,39
	2	89,8	88,2	91,22	87,9	98,7	98,9	99,54	98,56	99,4	99,4	99,84	99,38
	3	89,5	87,7	91	88,02	98,3	98,66	99,41	98,63	99,05	99,35	99,73	99,42
0,03	1	89,1	89,7	90,73	89,73	98,5	99,19	99,25	98,35	99,42	99,52	99,95	99,54
	2	87,4	89,3	91,25	89,14	98,6	98,9	99,3	98,63	99,42	99,53	99,88	99,53
	3	87,2	90,1	91,73	88,75	98,65	99,05	99,4	98,23	99,47	99,56	99,9	99,48
0,05	1	88,4	90	91,45	89,24	98,7	99,19	99,5	98,38	99,56	99,62	99,87	99,26
	2	89,7	91,6	91,88	90,43	99,1	99,01	99,63	98,56	99,44	99,65	99,89	99,20
	3	89,3	91,7	93,34	90,3	98,7	99,26	99,63	98,29	99,65	99,72	99,84	99,24
0,1	1	89,6	92	91,46	90,31	99,08	99,05	99,43	98,47	99,61	99,68	99,93	99,25
	2	93,2	94,6	94,47	93,06	99,1	99,22	99,57	98,59	99,65	99,73	99,88	99,32
	3	95,6	97	97,14	94,47	99,15	99,19	99,6	98,47	99,63	99,75	99,88	99,29

Gráfico 3: POTENCIA DEL TEST $KPSSM_{\mu}$ ANTE ESPECIFICACIÓN ERRÓNEA DEL PUNTO DE RUPTURA PARA DIFERENTES COCIENTES SEÑAL-RUIDO ($\gamma = 3$)



por encima de su valor nominal. Posteriormente, Montañés (1997 b) demuestra que el test de Perron (1990) presenta un comportamiento asintótico correcto bajo la hipótesis alternativa, si bien coincide en que para muestras finitas disminuirá la potencia ante grandes rupturas.

4. UNA APLICACIÓN EMPÍRICA. EL VOLUMEN DEL CAUDAL DEL RÍO NILO

En los epígrafes precedentes hemos estudiado un contraste que permite el análisis de la hipótesis de estacionariedad en variables que, sin presentar tendencia, sufren un cambio en su media. Con el objetivo de completar este estudio con alguna aplicación empírica que ilustre la utilidad de este procedimiento, analizaremos una de las series clásicas recogidas por Koopman y otros (1995) como paradigma de variable afectada por una ruptura estructural. Se trata de la serie de las observaciones anuales del volumen del caudal del río Nilo (10^8 m^3) en el periodo que abarca desde 1871 hasta 1970. Esta variable, de gran importancia para la economía egipcia, fue inicialmente investigada por Cobb (1978) y Harvey y Koopman (1992), analizando el impacto sobre la serie de la construcción de la primera presa de Asuán en 1899. Dado que la tipología de la magnitud se adapta a las características estudiadas en este trabajo¹⁸, presentamos aquí el análisis de la serie mediante el test KPSSM _{μ} .

Como paso previo a la aplicación de los contrastes de estacionariedad hemos de comentar que, siguiendo a Kwiatkowski y otros (1992), en nuestro estudio consideramos amplitudes de ventana espectral hasta $l = 8$, lo que constituye un compromiso entre las distorsiones en tamaño que serían de esperar con $l = 4$ y la escasa potencia de $l = 12$. Pese a que en nuestra aplicación las conclusiones de los distintos contrastes no se ven alteradas ante diferentes valores de l , en ciertas variables los resultados pueden depender sensiblemente del valor considerado, por lo que podría ser interesante el estudio de algunos de los métodos ya comentados de elección de l o la aplicación de distintos núcleos.

Los resultados relativos al contraste KPSS aparecen en el cuadro 6, a partir del cual se concluye que se puede rechazar el supuesto de estacionariedad en torno a un nivel constante al 1% para todos los valores de amplitud de ventana espectral, salvo $l = 8$, cifra para la que se rechaza al 5%.

De modo complementario, se estimó el modelo estructural *nivel local* [1] para esta serie, obteniéndose un elevado cociente señal-ruido del componente de nivel ($q = 0,097$), que contribuye a explicar el rechazo del supuesto de estacionariedad. A su vez, y teniendo presente la relación entre modelos estructurales y

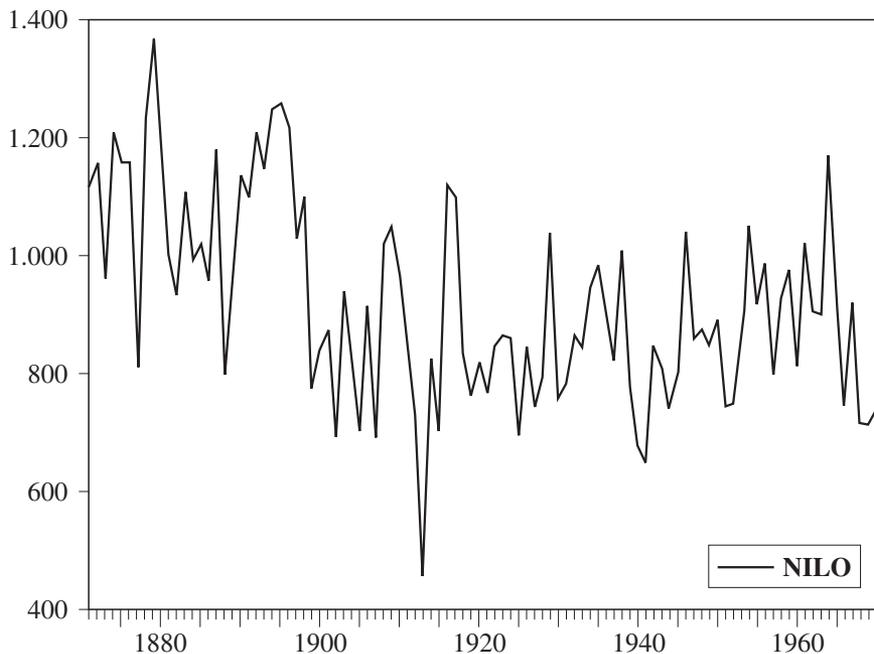
(18) Otras variables de características similares son la serie de conductores heridos y fallecidos en accidentes de tráfico en el Reino Unido (variable recogida también por Koopman y otros (1995), cuya ruptura se debe a la legislación que imponía el uso del cinturón de seguridad) y la serie mensual de tipo de cambio nominal franco francés/corona danesa (monedas integrantes del SME y afectadas por el reajuste general de 1986), analizadas ambas en Presno (2001). A su vez, en Presno y López (1999) se estudia la serie mensual de producción de antracita en Asturias (afectada por una ruptura en 1994, año en el que gran parte de las industrias productoras de hulla pasaron a producir antracita exclusivamente).

ARIMA expuesta en [2], el correspondiente modelo presentaría un coeficiente media móvil $\theta = 0,733$, próximo al valor 0,8 para el que Schwert (1987) constata la existencia de distorsiones en el tamaño de los contrastes de raíz unitaria tendentes a provocar rechazos por encima de su nivel de significación.

Las conclusiones se ven sensiblemente alteradas cuando se introduce una ruptura en 1899, año de la construcción de la primera presa de Asuán. Así, los resultados del cuadro 6 nos permiten no rechazar el supuesto de estacionariedad en torno a un nivel con un cambio.

Por último, la estimación del modelo estructural [6] incorporando la ruptura en el año 1899, arroja un resultado nulo para el cociente señal-ruido, coherente con el no rechazo del supuesto de estacionariedad. A su vez, se comprueba la gran reducción en el valor de q como consecuencia de la introducción de la ruptura, lo que corrobora las deducciones de Harvey (1989) en torno a que un cambio repentino en el nivel incrementará la estimación de la varianza de la perturbación de este término, σ_u^2 , y por lo tanto de q .

Gráfico 4: VOLUMEN ANUAL DE CAUDAL DEL RÍO NILO (10^8 m^3)



Cuadro 6: RESULTADOS DE LOS CONTRASTES DE ESTACIONARIEDAD

TEST	λ	Amplitudes de ventana espectral										Valores críticos		
		$l=0$	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$	$l=6$	$l=7$	$l=8$	1%	5%	10%	
KPSS	-	2,526	1,686	1,315	1,100	0,965	0,869	0,795	0,735	0,681	0,734	0,466	0,349	
KPSSM _{μ}	0,290	0,089	0,076	0,074	0,074	0,078	0,084	0,090	0,097	0,099	0,381	0,246	0,193	

Nota: los valores críticos de los contrastes KPSS y KPSSM _{μ} se obtuvieron respectivamente a partir de la superficie de respuesta de Sephton (1995) y de la superficie de respuesta [7].

5. CONCLUSIONES

A lo largo del trabajo hemos realizado un estudio de simulación que nos ha permitido constatar la inadecuación del test KPSS cuando la serie objeto de estudio presenta un cambio en sus niveles medios, coincidiendo así con las conclusiones de Lee y otros (1997).

Dada esta limitación, se efectúa una propuesta de modificación del test que nos permite contrastar la hipótesis de estacionariedad en torno a un nivel afectado por un cambio en su media en un momento conocido. A su vez, se deriva una superficie de respuesta que posibilita la obtención de los valores críticos del contraste para diferente número de observaciones y distintas posiciones relativas de la ruptura en la muestra.

El análisis del tamaño y la potencia del test modificado nos lleva a concluir que su comportamiento es adecuado, no apreciándose distorsiones en su tamaño empírico ni sustanciales reducciones en potencia si se compara con el contraste KPSS, incluso cuando se aplica a series que no presentan ruptura. No obstante, la existencia de errores en la especificación del punto de ruptura origina distorsiones, también presentes en el test de Perron, que dependen del error y de la magnitud y posición relativa de la ruptura en la muestra, y que llevan a un alto porcentaje de rechazos, sea o no cierta la hipótesis de estacionariedad.

La aplicación del test propuesto a la serie clásica de volumen de caudal del río Nilo, afectada por la ruptura debida a la construcción de la primera presa de Asuán, ilustra la utilidad de esta herramienta.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Banerjee, A., R.L. Lumsdaine y J.H. Stock (1992): “Recursive and Sequential Tests of the Unit-Root and Trend-Break Hypotheses: Theory and International Evidence”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10 (3), págs. 271-287.
- Bierens, H.J. y S. Guo (1993): “Testing Stationarity and Trend Stationarity Against the Unit Root Hypothesis”, *Econometric Reviews*, 12 (1), págs. 1-32.
- Carrión, J.L., A. Sansó y M. Artís (1999): “Response Surfaces Estimates for the Dickey-Fuller Unit Root test with Structural Breaks”, *Economics Letters*, 63 (3), págs. 279-283.

- Chen, C. y G. Tiao (1990): "Random Level Shifts Time Series Models, ARIMA approximations and Level Shift Detection", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, págs. 83-97.
- Cheung Y.W. y K.S. Lai (1995): "Lag Order and Critical values of the Augmented Dickey-Fuller Test", *Journal of Business and Economic Statistics*, 13 (3), págs. 277-280.
- Christiano, J.L. (1992): "Searching for a Break in GNP", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10 (3), págs. 237-250.
- Choi, I. (1994): "Residual Based Tests for the Null of Stationarity with Applications to U.S. Macroeconomic Time Series", *Econometric Theory*, 10, págs. 720-746.
- Chu, C.S.J. y H. White (1992): "A Direct Test for Changing Trend", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10 (3), págs. 289-299.
- Clemente, J., A. Montañés y M. Reyes (1998): "Testing for a Unit Root in Variables with Double Change in the Mean", *Economics Letters*, 59, págs. 175-182.
- Cobb, G.W. (1978): "The Problem of the Nile: Conditional Solution to a Change-Point Problem", *Biometrika*, 65, págs. 243-251.
- Harvey, A.C. (1989): *Forecasting Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Harvey, A.C. y S.J. Koopman (1992): "Diagnostic Checking of Unobserved-Components Time Series Models", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10 (4), págs. 377-389.
- Hecq, A. y J. Urbain (1993): "Misspecification Tests, Unit Roots and Level Shifts", *Economics Letters*, 43, págs. 129-135.
- Hendry, D. y A.J. Neale (1991): "A Monte Carlo Study of the Effects of Structural Breaks on Test on Unit Roots", en *Economic Structural Change*, Springer-Verlag, Berlín, págs. 95-119.
- Herce, M. (1991): "Stationarity Tests for Time Series", *Working Paper, University of North Carolina*, Chapel Hill.
- Hobijn, B., P.H. Franses y M. Ooms (1998): "Generalizations of the KPSS-test for Stationarity", *Econometric Institute, Report n.º 9802/A*, Erasmus University Rotterdam.
- Kahn, J.A. y M. Ogaki (1992): "A Consistent Test for the Null of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root", *Economics Letters*, 39 (1), págs. 7-11.
- Kim, K. y P. Schmidt (1990): "Some Evidence on the Accuracy of Phillips-Perron Tests Using Alternative Estimates of Nuisance Parameters", *Economics Letters*, 34 (4), págs. 345-350.
- Koopman, S.J., A.C. Harvey, J.A. Doornik y N. Shepard (1995): *Stamp 5.0. Structural Time Series Analyser, Modeller and Predictor. Tutorial Guide*, Chapman and Hall, London.
- Kwiatkowski, D., P.C.B. Phillips, P. Schmidt y Y. Shin (1992): "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root. How Sure are we that Economic Time Series have a Unit Root?", *Journal of Econometrics*, 54, págs. 159-178.
- Lee, D. y P. Schmidt (1996): "On the Power of the KPSS test of Stationarity Against Fractionally-Integrated Alternatives", *Journal of Econometrics*, 73 (1), págs. 285-302.
- Lee, J. (1996 a): "Minimum Statistics Testing for Stationarity in the Presence of a Structural Change", *Working Paper 97-W03*, Department of Economics, Vanderbilt University.
- Lee, J. (1996 b): "On the Power of Stationarity Tests Using Optimal Bandwidth Estimates", *Economics Letters*, 51 (2), págs. 131-137.
- Lee, J., C.J. Huang y Y. Shin (1997): "On Stationary Tests in the Presence of Structural Breaks", *Economics Letters*, 55, págs. 165-172.
- Leybourne, S.J. y B.P.M. McCabe (1994): "A Consistent Test for a Unit Root", *Journal of Business and Economic Statistics*, 12, págs. 157-166.

- Lobato, I.N. y P.M. Robinson (1998): "A Nonparametric Test for $I(0)$ ", *Review of Economic Studies*, 65 (3), págs. 475-495.
- Lumsdaine, R.L. y D.H. Papell (1997): "Multiple Trend Breaks and the Unit Root Hypothesis", *The Review of Economics and Statistics*, 79, págs. 212-218.
- MacKinnon, J.G. (1994): "Approximate Asymptotic Distribution Functions for Unit-Root and Cointegration Tests", *Journal of Business and Economic Statistics*, 12 (2), págs. 167-176.
- Maddala, G.S. y I. Kim (1998): *Unit Roots, Cointegration and Structural Change*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Montañés, A. (1997 a): "Comportamiento Asintótico de los Contrastes de Dickey-Fuller en Variables con un Cambio en la Media", *Estadística Española*, 39, págs. 23-40.
- Montañés, A. (1997 b): "Level Shifts, Unit Roots and Misspecification of the Breaking Data", *Economics Letters*, 54, págs. 7-13.
- Montañés, A. y M. Reyes (1998): "Effect of a Shift in the Trend Function on Dickey-Fuller Unit Root Tests", *Econometric Theory*, 14 (3), págs. 355-363.
- Nabeya, S. y K. Tanaka (1988): "Asymptotic Theory of a Test for the Constancy of Regression Coefficients against the Random Walk Alternative", *The Annals of Statistics*, 16 (1), págs. 218-235.
- Newey, W.K. y K.D. West (1994): "Automatic Lag Selection in Covariance Matrix Estimation", *Review of Economic Studies*, 61 (4), págs. 631-653.
- Nunes, L.C., C.M. Kuan y P. Newbold (1995): "Spurious Break", *Econometric Theory*, 11, págs. 736-749.
- Park, J.Y. (1990): "Testing for Unit Roots and Cointegration by Variable Addition", en *Advances in Econometrics: Cointegration, Spurious Regressions and Unit Roots*, Jai Press, London.
- Park, J.Y. y B. Choi (1988): "A New Approach to Testing for a Unit Root", *Working Paper 88-23*, Center for Analytic Economics, Cornell University.
- Perron, P. (1989): "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis". *Econometrica*, 57, págs. 1361-1401.
- Perron, P. (1990): "Testing for a Unit Root in a Time Series with a Changing Mean", *Journal of Business and Economic Statistics*, 8 (2), págs. 153-162.
- Perron, P. (1997): "Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables", *Journal of Econometrics*, 80, págs. 355-385.
- Perron, P. y T.J. Vogelsang (1992 a): "Nonstationarity and Level Shifts With an Application to Purchasing Power Parity", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10 (3), págs. 301-320.
- Perron, P. y T.J. Vogelsang (1992 b): "Testing for a Unit Root in a Time Series with a Changing Mean: Corrections and Extensions", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10 (4), págs. 467-471.
- Phillips, P.C.B. y P. Perron (1988): "Testing for a Unit Root in Time Series Regression", *Biometrika*, 75, págs. 335-346.
- Phillips, P.C.B. y V. Solo (1989): "Asymptotics for Linear Processes" *Discussion Paper n.º 932*, Cowles Foundation, Yale University, New Haven, CT.
- Presno, M.J. (2001): *Análisis de Estacionariedad y Ruptura Estructural. Un Estudio Asintótico y de Simulación*, Tesis Doctoral, Universidad de Oviedo.
- Presno, M.J. y A.J. López (1999): "Estacionariedad y Cambios en Nivel: una Aplicación a Series de la Economía Asturiana", *II Encuentro de Economía Aplicada*, Zaragoza.

- Presno, M.J. y A.J. López (2001): "Estacionariedad en torno a un Nivel con Ruptura. Un Estudio de Simulación", *Estudios de Economía Aplicada*, 18, págs. 189-208.
- Rappoport, P. y L. Reichlin (1989): "Segmented Trends and Non-Stationarity Time Series", *The Economic Journal*, 99, págs. 168-177.
- Saikkonen, P. y R. Luukkonen (1993): "Testing for a Moving Average Unit Root in Autoregressive Integrated Moving Average Models", *Journal of the American Statistical Association*, 88, págs. 596-601.
- Sánchez de la Vega, M.M. (1995): "Potencia de los Contrastes de Raíz Unitaria en Series AR(1) con Cambio Estructural", *Revista de Economía Aplicada*, III (7), págs. 63-95.
- Sephton, P.S. (1995): "Response Surface Estimates of the KPSS Stationary Test", *Economics Letters*, 47, págs. 255-261.
- Schwert, G.W. (1987): "Effects of Model Specification on Tests for Unit Roots in Macroeconomic Data", *Journal of Monetary Economics*, 20, págs. 73-103.
- Tanaka, K. (1990): "Testing for a Moving Average Unit Root", *Econometric Theory*, 6, págs. 433-444.
- Vogelsang, T.J. (1998): "Testing for a Shift in Mean Without Having to Estimate Serial-Correlation Parameters", *Journal of Business and Economic Statistics*, 16 (1), págs. 73-80.
- Zivot, E. y D.W. Andrews (1992): "Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, págs. 251-270.

Fecha de recepción del original: julio, 1998

Versión final: febrero, 2001

ABSTRACT

This paper presents a simulation analysis of KPSS stationarity tests when applied to a series with a shift in its mean. More specifically, we show that the size of KPSS test is affected by both the amount of the break and its position in the sample, remaining unaffected by the sign of the change.

We therefore propose a modified stationarity test, with the null hypothesis being the presence of stationary fluctuations around a level containing an exogenous structural break. Critical values are obtained through Monte Carlo simulation and summarised in a response surface.

We also study the empirical size and power of the proposed test in different situations, mainly those with a wrong specification or break location.

Finally, an empirical application is presented showing the behaviour of the proposed test when applied to a classical series affected by a level shift.

Key words: KPSS test, breaks, Monte Carlo simulation, critical values.

JEL classification: C15, C32.