

PERIODICIDAD INTRADÍA EN LA RELACIÓN ENTRE CONTADO Y FUTURO*

JORGE V. PÉREZ-RODRÍGUEZ
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

En este trabajo se investiga el efecto de la periodicidad intradía sobre la volatilidad de las rentabilidades de los mercados de contado y futuro del Ibex35. Para ello, se modeliza el componente periódico de cada mercado de manera determinista mediante una forma flexible de Fourier, y se utiliza para filtrar las rentabilidades. Luego, se analiza el efecto de la periodicidad sobre la varianza condicional de tipo GARCH de cada mercado, así como la relación entre el contado y futuro a través de un modelo vectorial de corrección de error con covarianzas condicionales variables temporalmente de tipo GARCH-BEKK, en el que, además, se tienen en cuenta los efectos de la negociación infrecuente de las acciones que forman parte del índice de contado. El periodo muestral analizado abarca desde enero hasta noviembre de 2000, y la frecuencia intradía corresponde a intervalos de negociación de diez minutos. En general, los resultados indican dos hechos. Por un lado, la periodicidad intradía afecta a las estimaciones de los coeficientes de los modelos de volatilidad condicional uniecuacionales y multiecuacionales de las rentabilidades de contado y futuro. Y, por otro lado, la existencia de patrones periódicos no afecta a la relación entre contado y futuro, en el sentido de que se mantiene la transmisión de información en doble sentido y se rechaza que las volatilidades condicionales y no condicionales sean iguales entre los mercados.

Palabras clave: microestructura, periodicidad, liderazgo, volatilidad y correlación condicional.

Clasificación JEL: C22, C45, C52.

El grado de relación entre los mercados de contado y derivados ha sido analizado en la literatura financiera desde dos grandes puntos de vista. Por un lado, mediante la relación de liderazgo, que analiza si los mercados recogen los cambios en los precios de forma simultánea o si, por el contrario, existe una relación asimétrica que produce la incorporación de la nueva información de manera más rápida en uno de los mercados, dando lugar a que uno

(*) Desearía agradecer los comentarios y sugerencias de dos evaluadores anónimos, así como los también realizados por Tomeu Pascual a algunas partes de este trabajo. Este trabajo ha recibido la financiación de la Dirección General de Investigación del Ministerio de Ciencia y Tecnología (Proyecto BEC2001-3777). Los errores que pudieran subsistir son de la entera responsabilidad del autor.

se adelante y el otro se retrase¹. Dicha relación ha sido estudiada para el contado y futuro de las rentabilidades de un índice por Finnerty y Park (1987), Stoll y Whaley (1990), Chan (1992), Huang y Stoll (1994), Climent y Pardo (1996), Blanco (1998), Pardo y Climent (2000), Frino *et al.* (2000), Brooks *et al.* (2001) o Gwilym y Buckle (2001), entre otros; mientras que para el activo subyacente y las opciones por Stephan y Whaley (1990). Las conclusiones más relevantes muestran que, en general, el mercado de contado y futuro no tienen un acceso simétrico a la información, existiendo fuertes evidencias de que el mercado de futuro conduce al de contado, si bien, para el caso español, se muestra una transmisión de información en doble sentido, siendo mayor la capacidad predictiva del futuro del Ibx35 que la del contado [véase Pardo y Climent (2000)]. Y, por otro lado, el grado de relación entre los mercados de contado y derivados ha sido analizado estudiando si la existencia de derivados sobre índices, esencialmente futuros, incrementa o reduce la volatilidad asociada al mercado de contado. Algunos estudios representativos son Chan *et al.* (1991), Koutmos y Tucker (1996), Aragón y Fernández (2000), Blanco (2000) o McKenzie *et al.* (2001), entre otros. Las conclusiones son variadas, existiendo un amplio debate sobre los posibles efectos de los derivados sobre la volatilidad de los mercados de contado, proponiéndose argumentos teóricos tanto a favor como en contra de un efecto desestabilizador. Concretamente, y para el caso español, Blanco (2000) encuentra que la introducción del mercado de derivados no ha tenido un impacto importante sobre la volatilidad del mercado al contado.

Sin embargo, aun cuando algunos de estos estudios han utilizado datos intradiarios [como por ejemplo, Chan *et al.* (1991), Huang y Stoll (1994), Climent y Pardo (1996), o Pardo y Climent (2000), entre otros], no se ha tenido en cuenta el efecto de la periodicidad intradía en la conducta de las rentabilidades. La importancia de ésta se produce como consecuencia de la presencia en la negociación de patrones en los precios y en el volumen en forma de *U*, característico del comienzo y final de la sesión de negociación. Este patrón periódico puede relacionarse con los anuncios de política económica, la emisión de estadísticas sobre las empresas, los cambios en la tendencia de factores económicos fundamentales como la tecnología y la productividad, el cierre o apertura de las bolsas internacionales, las crisis políticas, etc. [véase, por ejemplo, Ederington y Lee (1993), Andersen y Bollerslev (1997), o Pardo (1998)]². En este sentido, la realización de ajustes estacionales a los datos, con el fin de mejorar los aspectos estadísticos, es importante. Esta puede realizarse de varias maneras. Por un lado, utilizando variables ficticias

(1) La existencia de imperfecciones en los mercados puede provocar que un mercado se adelante y el otro se retrase. Este efecto se puede explicar por diferentes motivos: 1) Las diferencias en la liquidez y en los costes de transacción de ambos mercados. 2) Las restricciones en las ventas al descubierto. 3) El elevado apalancamiento financiero que permite al mercado de futuro atraer de forma especial a los especuladores, que toman posiciones en futuros antes que en contado. 4) La diferente frecuencia de negociación de las acciones que componen el índice bursátil. 5) El precio de la última transacción realizada. De lo dicho anteriormente, es de esperar que, en principio, el mercado de futuro reaccione de manera más rápida que el de contado ante las nuevas expectativas del mercado.

(2) Más recientemente, Balocchi *et al.* (2001) indican otra forma de estacionalidad en la volatilidad de los contratos de eurofuturos, donde ésta es función del tiempo hasta el vencimiento de cada contrato, pues observa la existencia de movimientos oscilatorios y picos alrededor de las fechas de vencimiento.

que representan el día de la semana [véase Baillie y Bollerslev (1990), Peiró (1994), León y Mora (1999), entre otros], o el efecto “vencimiento del contrato de futuro”, así como el efecto “viernes con vencimiento en el contrato de futuro” [véase Corredor *et al.* (1997) o Pardo (1998)], tanto en la rentabilidad como volatilidad. Por otro lado, destacaría la consideración del *time-scaling*, tal y como hacen Dacorogna *et al.* (1993), quienes utilizan un modelo geográfico que predice que la volatilidad depende de la actividad del mercado, y que tal nivel de actividad, que es estocástico, es dependiente de la forma de actuar de muchos de los agentes en cada mercado, siendo ésta un factor que puede cambiar de un día a otro. Y, finalmente, utilizando algún tipo de transformación de Fourier, tal y como hacen Andersen y Bollerslev (1997) o Beltratti y Morana (1999), para quienes la periodicidad puede modelizarse mediante una serie de Fourier, la cual es una expansión de funciones no lineales, generalmente en términos trigonométricos como, por ejemplo, senos y cosenos.

Pues bien, en la medida que dichos patrones periódicos no han sido recogidos en muchos estudios sobre datos intradía, estamos interesados en analizar en qué medida la presencia de tales patrones puede dificultar el ajuste estadístico cuando no se tienen en cuenta; y, además, cómo afecta su existencia a la relación de liderazgo entre el contado y futuro del Ibex35. Para ello, este trabajo se divide en dos partes. Por un lado, se identifica la existencia de un fuerte componente de periodicidad (a través del estudio de las autocorrelaciones simples de los cuadrados y valores absolutos de las rentabilidades de contado y futuro), y se estima dicho componente de forma periódica y determinista mediante una forma flexible de Fourier. Por otro lado, se analiza la influencia de la periodicidad intradiaria en la relación de liderazgo entre las rentabilidades de los mercados de contado y futuro del Ibex35; así como, y dentro del marco de dicha relación, los efectos sobre la igualdad de volatilidades entre los mismos en un contexto de interdependencia entre la rentabilidad y volatilidad. También, y en el mismo sentido, se analiza el efecto de la periodicidad sobre la corrección de la negociación infrecuente de las acciones que forman parte del índice de contado.

El trabajo se organiza como sigue. En la Sección 2 se describen los datos utilizados. En la Sección 3 se investiga la presencia de la periodicidad intradía, se modeliza dicho componente y se evalúa el efecto que sobre la volatilidad condicional de las rentabilidades posee la corrección de la periodicidad. En la Sección 4, se analiza el impacto de la periodicidad sobre la relación de liderazgo, y también sobre las interacciones entre las volatilidades, así como la igualdad de las volatilidades condicionales entre los dos mercados, y la corrección por la negociación infrecuente de las acciones que forman parte del índice de contado. Finalmente, en la Sección 5, se describen las conclusiones más relevantes de este estudio.

1. DATOS Y MUESTRA

Los datos utilizados se corresponden con los índices de contado ($C_{t,n}$) y futuro ($F_{t,n}$) del Ibex35 negociados en intervalos de 10 minutos, siendo n el intervalo de 10 minutos correspondiente al día de negociación t . El periodo muestral analizado abarca desde el 17 de Enero de 2000 hasta el 14 de Noviembre de 2000. El

número de días de negociación es de 210, excluyendo fines de semana y festivos. Además, el horario de negociación de los dos mercados abarca desde las 9:00 horas hasta las 17:35 horas. El número diario de intervalos de 10 minutos es 52. En general, $t = 1, \dots, 210$ y $n = 1, \dots, 52$, haciendo un total de 10.920 observaciones intradía. La variación de precios entre el cierre y apertura no se ha tratado directamente, si bien este aspecto es relevante debido a las rentabilidades anormales derivadas del efecto *overnight* (cierre-apertura) o también del efecto fin de semana³. Así, teniendo en cuenta estos aspectos, se obtienen las rentabilidades intradía mediante la transformación en logaritmos naturales para calcular los rendimientos continuos, obedeciendo a la siguiente expresión: $c_{t,n} = \log(C_{t,n} / C_{t,n-1})$, que representa la rentabilidad de contado del Ibex35 en el día de negociación t , para el intervalo n -ésimo de 10 minutos; y $f_{t,n} = \log(F_{t,n} / F_{t,n-1})$, que es la rentabilidad del futuro del Ibex35 para el intervalo de negociación de cada 10 minutos, n , en el día t . Las propiedades estadísticas de los índices y rentabilidades se analizan mediante el contraste de raíz unitaria de Phillips y Perron (1988), así como el contraste BDS de no linealidad [véase Brock, Decher y Sheinkman (1987)]. Los resultados indican que los índices son integrados de orden uno, las rentabilidades son estacionarias y éstas poseen patrones dinámicos no lineales, aspecto que justificaría una modelización no lineal para predecirlas⁴.

2. PERIODICIDAD Y VOLATILIDAD CONDICIONAL EN LAS RENTABILIDADES INTRADÍA

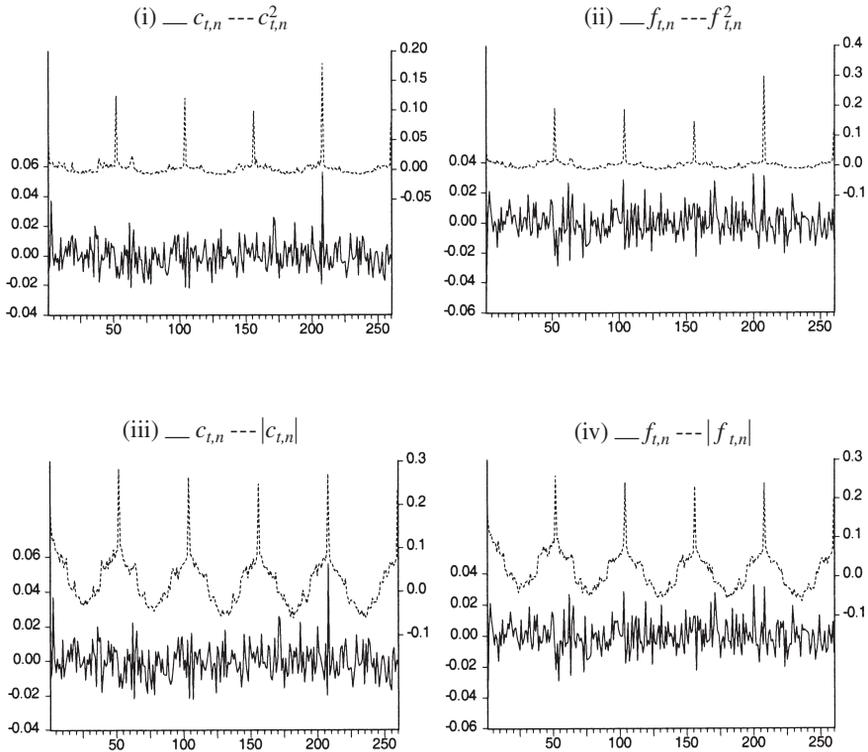
A continuación, y en este epígrafe, se investiga la existencia de patrones de periodicidad intradiaria. El objetivo es doble. Por un lado, se pretende verificar la presencia de fluctuaciones sistemáticas y pronunciadas en las rentabilidades intradía de ambos mercados, analizando las autocorrelaciones simples estimadas (ASE) para las rentabilidades realizadas ($c_{t,n}$ y $f_{t,n}$), las rentabilidades al cuadrado ($c_{t,n}^2$ y $f_{t,n}^2$) y las rentabilidades absolutas ($|c_{t,n}|$ y $|f_{t,n}|$); y a continuación, si existe, modelizar el componente periódico intradía. Y, por otro lado, se pretende comparar el efecto de la periodicidad sobre la estimación de un modelo de volatilidad condicional estándar.

(3) En el primer intervalo de negociación, o de preapertura, es donde se incorporan los ajustes a la información acumulada desde el cierre de los mercados, mostrándose una mayor variabilidad de la rentabilidad media que en cualquier otro intervalo. Las opciones de tratamiento de esta situación son variadas: la eliminación de dicho intervalo, la inclusión de una variable ficticia, o la combinación de la rentabilidad *overnight* con la rentabilidad intradía (apertura-cierre). Las dos primeras opciones son destacadas por Andersen y Bollerslev (1997), para quienes la experiencia demuestra que existe una escasa sensibilidad de los resultados finales a la forma de tratamiento de dichas rentabilidades. Sin embargo, Andersen y Bollerslev (1998), y más recientemente Martens (2002), consideran que la combinación de rentabilidades *overnight* e intradía es importante para medir y predecir la volatilidad del mercado de activos. La opción elegida en este estudio para valorar el efecto de la rentabilidad *overnight* es considerar el primer intervalo de negociación de la mañana e incluir una variable ficticia en la modelización de la rentabilidad.

(4) Los resultados han sido omitidos por cuestión de espacio. Para una visión panorámica de las propiedades estadísticas y capacidad predictiva de algunos modelos no lineales sobre las rentabilidades diarias del Ibex35 de contado (en el periodo 1999-2001), puede consultarse en Pérez-Rodríguez y Torra (2001).

En cuanto al primero de los aspectos, una vez han sido estimadas las ASE considerando hasta 260 retardos temporales (es decir, unos 5 días de negociación), se obtienen sus correlogramas. La inspección gráfica de los mismos puede realizarse en el gráfico 1, y concretamente en los apartados (i), (ii), (iii) y (iv). Cabe resaltar, que en el caso de las ASE para las rentabilidades realizadas, además de que son prácticamente nulas, no parece observarse una conducta periódica definida. Sin embargo, en el caso de los gráficos de las ASE correspondientes a las rentabilidades al cuadrado y en valor absoluto, puede observarse la existencia de patrones estacionales periódicos y sistemáticos, así como más pronunciados, que se repiten diariamente. Estos patrones son característicos de la negociación intradía, y describen un comportamiento en forma de *U* en la volatilidad de los cambios en los precios cada 52 intervalos de diez minutos. Es decir, ésta alcanza su punto más elevado en la apertura de la sesión, cae rápidamente hacia niveles más bajos durante el mediodía y, finalmente, aumenta otra vez hacia el cierre de la sesión. La mayor volatilidad está asociada con la revelación de más información, y también con la in-

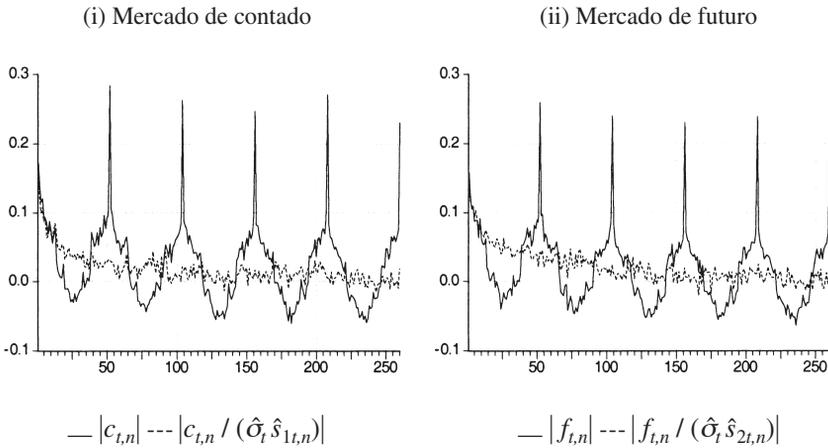
Gráfico 1: ASE ($\hat{\rho}_j, j = 1, \dots, 260$) DE LAS RENTABILIDADES DEL ÍNDICE DE CONTADO Y FUTURO DEL IBEX35



certidumbre de los mercados y el hecho de que la información sea diferente entre los agentes informados, desinformados, de liquidez, o los propios creadores de mercado. Por otro lado, este patrón periódico es más pronunciado en el valor absoluto de las rentabilidades que en sus cuadrados [al igual que Andersen y Bollerslev (1997), y aspecto que ya fue destacado por Taylor (1988), Müller *et al.* (1990) y Granger y Ding (1995)]. También, hay que resaltar que estos patrones intradía se encuentran en el volumen de negociación y el *spread*.

Una vez se ha detectado en los correlogramas la presencia de fluctuaciones sistemáticas y pronunciadas para las rentabilidades realizadas al cuadrado y en valor absoluto, pretendemos modelizar el componente periódico intradía teniendo en cuenta dos hechos. Por un lado, que la presencia de tales patrones es más evidente en las rentabilidades absolutas y que el decrecimiento geométrico de las ASE no permite acomodarse a los patrones cíclicos regulares que se observan, haciendo necesario combinar los ciclos observados en la frecuencia diaria con dicho decrecimiento. Pues bien, dada la ausencia de una teoría económica que permita la formulación de una forma paramétrica para la estructura periódica intradía, se utilizará un procedimiento no paramétrico flexible con el que modelizar dicho patrón periódico, a través del modelo propuesto por Andersen y Bollerslev (1997). Siguiendo a estos autores, se utiliza una forma flexible de Fourier (*FFF*)⁵ para

Gráfico 2: ASE CORRESPONDIENTE A $|r_{t,n}|$ y $|r_{t,n}| / (\hat{\sigma}_t \hat{\sigma}_{t,n})$



(5) La regresión de Fourier flexible (*FFF*) fue introducida por Gallant (1981). La consideración de las funciones trigonométricas permite ajustar los patrones periódicos intradía a través de los días, tal y como reconocen Andersen y Bollerslev (1997).

modelizar explícitamente el componente periódico de la volatilidad, $s_{t,n}$, tanto para el mercado de contado como de futuro, y para el que una detallada descripción del procedimiento de modelización puede encontrarse en el Apéndice I. Una interpretación de dichos resultados (véase el cuadro A.1) sería que el procedimiento de modelización de la periodicidad intradía empleado es factible o adecuado, pues, además de ser significativa su estructura, consigue alisar o eliminar el componente periódico observado, aspecto éste que puede comprobarse observando que las ASE de $|r_{t,n}|$ son mayores que las correspondientes a las filtradas y estandarizadas, $|r_{t,n} / (\hat{\sigma}_t \hat{s}_{t,n})|$, donde $\hat{\sigma}_t$ es la volatilidad diaria estimada condicionalmente y $\hat{s}_{t,n}$ es el componente periódico estimado. Estos hechos se observan en el gráfico 2, donde se presenta la evolución conjunta de las ASE de $|r_{t,n}|$ y $|r_{t,n} / (\hat{\sigma}_t \hat{s}_{t,n})|$, durante 5 días de negociación, y donde cabe resaltar que la evolución es similar a las filtradas, $|r_{t,n} / \hat{s}_{t,n}|$.

En cuanto al segundo de los aspectos destacados, y una vez ha sido estimado el componente periódico intradía, se pretende evaluar el impacto de la periodicidad intradía en el contexto del modelo estándar GARCH(1,1), considerando diversas frecuencias intradía de negociación, como son las de cada diez minutos, cuarenta minutos, dos horas y diez minutos, cuatro horas y treinta minutos, y un día (salvo en las rentabilidades filtradas y estandarizadas), es decir, $k = 1, 4, 13, 26, 52$. Los resultados se presentan en el cuadro 1. Éstos son obtenidos mediante la estimación de un modelo ARMA(p,q)-GARCH(1,1), tal que:

$$r_{t,n} = \mu_0 + \mu_1 n_{1,t,n} + \sum_{i=1}^p \phi_i r_{t,n-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t,n-i} + \varepsilon_{t,n}$$

y $h_{t,n} = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t,n-1}^2 + \beta_1 h_{t,n-1}$, siendo $t = 1, \dots, 210$ y $n = 1, \dots, 52/k$; introduciéndose la variable $n_{1,t,n}$ para valorar el efecto *overnight* y fin de semana sobre la rentabilidad, siendo $n_{1,t,n} = 1$, si la observación n -ésima en el día t pertenece al primer intervalo de negociación y cero en caso contrario; y, además, considerando tres situaciones: la rentabilidad sin corregir de la periodicidad intradía; la rentabilidad filtrada o corregida de la periodicidad intradía; y la rentabilidad estandarizada y filtrada conjuntamente. Los parámetros son estimados por cuasi-máxima verosimilitud suponiendo que las innovaciones siguen una distribución normal condicional. No se ha seguido estrictamente el procedimiento comparativo de Andersen y Bollerslev (1997), pues nuestra intención es únicamente mostrar el efecto de la periodicidad sobre la estimación de los coeficientes del modelo GARCH(1,1).

Los resultados son variados. Quizás, el aspecto más ilustrativo de la muestra analizada sea el referido a la persistencia de los diversos tipos de rentabilidades en cada frecuencia (es decir, $\alpha_1 + \beta_1$). En el caso de $r_{t,n}$, cuando la frecuencia se hace más baja, ésta es claramente creciente en ambos mercados. Por otro lado, cuando aumenta la frecuencia de los datos, y en el caso de $r_{t,n} / \hat{s}_{t,n}$ y $r_{t,n} / (\hat{\sigma}_t \hat{s}_{t,n})$, dicha persistencia tiende a decrecer. Una explicación de este fenómeno podría deberse a que el patrón periódico estimado consigue atenuar el efecto que las noticias y la incertidumbre tienen sobre cada mercado, reduciendo su impacto.

Cuadro 1: EFECTOS DE LA PERIODICIDAD *FFF* SOBRE LA PERSISTENCIA DE TIPO GARCH(1,1)

<i>k</i>	<i>T/k</i>	Mercado de contado			Mercado de futuro		
		α_1	β_1	$\alpha_1 + \beta_1$	α_1	β_1	$\alpha_1 + \beta_1$
<i>r_{t,n}</i>							
1	10.920	0,1497	0,7205	0,8702	0,1576	0,6752	0,8328
4	2.730	0,0772	0,8320	0,9092	0,0408	0,7948	0,8356
13	840	0,1004	0,8096	0,9100	0,1021	0,7954	0,8975
26	420	0,0288	0,9108	0,9396	0,0188	0,9089	0,9277
52	210	0,0740	0,8693	0,9433	0,1255	0,8094	0,9349
<i>r_{t,n} / $\hat{s}_{t,n}$</i>							
1	10.920	0,1358	0,6425	0,7783	0,1334	0,6482	0,7816
4	2.730	0,0502	0,9191	0,9693	0,0693	0,7438	0,8131
13	840	0,1029	0,6229	0,7258	0,1066	0,3983	0,5049
26	420	0,0418	0,7413	0,7831	0,0228	0,2964	0,3192
<i>r_{t,n} / ($\hat{\sigma}_t \hat{s}_{t,n}$)</i>							
1	10.920	0,0607	0,8409	0,9016	0,1490	0,7124	0,8614
4	2.730	0,0939	0,7067	0,8006	0,0447	0,8203	0,8680
13	840	0,1393	0,4055	0,5448	0,1014	0,2858	0,3872
26	420	0,0973	0,2054	0,3027	0,0202	0,3095	0,3297

Nota: *T/k* hace referencia al número de observaciones en cada muestra. El caso extremo *k* = 52 se corresponde con la utilización de los datos diarios de cierre en cada mercado. Los valores de *p* y *q* son iguales a uno para ambos mercados, y en algunos modelos se interviene considerando las observaciones anómalas; incluyéndose, además, el efecto del primer intervalo de negociación en el día. Dado que todos los parámetros estimados son significativos al 5%, se han omitido las estimaciones robustas de los valores *t*-Student. Las rentabilidades no han sido agregadas, y representan los precios negociados cada *k* intervalos.

3. LA PERIODICIDAD INTRADÍA Y LA NEGOCIACIÓN INFRECUENTE EN LA RELACIÓN ENTRE EL CONTADO Y FUTURO

En este epígrafe se estudia la relación de liderazgo entre el mercado de contado y futuro del Ibex35. Concretamente, se analiza la influencia que poseen la periodicidad intradía y la negociación infrecuente de las acciones que componen el índice sobre dicha relación, pues dicho problema se destaca entre los diferentes motivos señalados en la literatura financiera como posibles causantes de los adelantos o retardos espurios de un mercado sobre otro. En un mercado perfectamente eficiente y continuo, con ausencia de costes de transacción, con tipos de interés constantes y no existiendo oportunidades de arbitraje, suele destacarse que en la

relación entre contado y futuro, la desviación estándar de la rentabilidad del contrato de futuro iguala a la de contado; la correlación contemporánea entre las rentabilidades de ambos mercados es perfecta y positiva; y no existe correlación serial (correlación cruzada no contemporánea) entre las rentabilidades de ambos mercados [véase MacKinlay y Ramaswamy (1988), o Stoll y Whaley (1990)]. Por lo tanto, bajo los supuestos indicados, ningún mercado aportaría información al otro, es decir, las expectativas se recogerían de la misma forma en el mercado de acciones que en el mercado de futuro sobre el índice bursátil, y ninguno de los dos reaccionaría de forma más rápida que el otro.

La conocida relación de liderazgo permite la evaluación y verificación de si los mercados recogen los cambios en los precios de forma simultánea (correlación contemporánea) o si el mercado de futuro se adelanta al mercado de contado o viceversa (correlación no contemporánea). En este trabajo, el análisis de la relación de liderazgo entre el mercado de futuro y el de contado se realiza mediante un estudio biecualcional, en el que se analizan tanto la interdependencia dinámica de las rentabilidades de contado y futuro del Ibex35 (teniendo en cuenta las relaciones de equilibrio a largo plazo) como las interacciones a corto plazo entre las volatilidades de cada mercado y la correlación entre los mismos. En este sentido, cabe destacar que, en nuestro país, son escasos los trabajos que han utilizado este enfoque en la relación entre contado y futuro, salvo Aragón y Fernández (2000 y 2002). Por otro lado, no se tienen en cuenta los costes de transacción, por lo que no se podrán distinguir los diferentes patrones de comportamiento que puedan seguir las rentabilidades de contado y futuro en presencia o ausencia de oportunidades de arbitraje.

Los modelos de liderazgo analizados son de dos tipos, dependiendo del tratamiento de la negociación infrecuente en las acciones que forman parte el índice de contado. Éstos son:

(a) El *Modelo I*, que es aquél en el que no se realiza la corrección de la rentabilidad por la negociación infrecuente de las acciones del índice, aspecto éste que surge cuando dichas acciones no se negocian en todos los intervalos de tiempo considerados. El modelo utilizado es del tipo VAR-GARCH cointegrado y bivariente, utilizando información intradía de las rentabilidades de contado y futuro, y que puede escribirse como un mecanismo de corrección de error, tal que:

$$\begin{aligned}
 c_{t,n} &= \gamma_{10} + \gamma_{11}n_{1t,n} + \gamma_{12}\hat{z}_{t,n-1} + \sum_{i=1}^r \delta_{1i}c_{t,n-i} + \sum_{i=1}^r \lambda_{1i}f_{t,n-i} + v_{1t,n} \\
 f_{t,n} &= \gamma_{20} + \gamma_{21}n_{1t,n} + \gamma_{22}\hat{z}_{t,n-1} + \sum_{i=1}^r \delta_{2i}c_{t,n-i} + \sum_{i=1}^r \lambda_{2i}f_{t,n-i} + v_{2t,n}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

que es un modelo VAR(r) donde, γ_{1s} , γ_{2s} , δ_{1i} , δ_{2i} , λ_{1i} y λ_{2i} , $s = 0, 1, 2$; $i = 1, \dots, r$ son parámetros desconocidos; $\hat{z}_{t,n}$ es el término de corrección del error, cuya expresión normalizada es: $\hat{z}_{t,n} = \log C_{t,n} - \hat{\delta}_0 - \hat{\delta}_1 \log F_{t,n}$, siendo $\hat{\delta}_0$ y $\hat{\delta}_1$ los coeficientes estimados del vector de cointegración⁶. La inclusión de un mecanismo de

(6) La inclusión de la constante se debe a que la relación teórica entre los precios de futuro y contado sobre índice bursátil, suponiendo un mercado sin fricciones, no es directa. Esto es, sin coste

corrección de error en la relación de liderazgo definida por [1] es bastante importante. La evidencia empírica disponible sugiere que los precios de contado y futuro están cointegrados [véase Harris *et al.* (1995) y Pardo y Climent (2000), entre otros]⁷. Pero, además, considerando el Teorema de Representación de Granger en este contexto, si los mercados están cointegrados, entonces el mercado de contado se adelanta al de futuro o viceversa, o se dan simultáneamente ambos efectos. Por otro lado, el error bivalente se distribuye $[v_{t,n} = (v_{1t,n} v_{2t,n})'] / \psi_{t,n-1} \sim N(0, \Omega_{t,n})$, es decir, una distribución bivalente normal condicionada, donde $\psi_{t,n-1}$ es el conjunto de información disponible en el día t e intervalo $n-1$; $\Omega_{t,n}$ es la matriz de varianzas y covarianzas condicionales de orden 2×2 ; y $v_{t,n}$ es un vector 2×1 de errores. Para asegurar la positividad de la matriz de varianzas y covarianzas condicionales, suponemos el esquema BEKK con una representación del tipo GARCH(p, q) y sin influencia de variables exógenas, tal que:

$$\Omega_{t,n} = C' C + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^q A'_{ik} v_{t,n-1} v'_{t,n-1} A_{ik} + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^p B'_{ik} \Omega_{t,n-1} B_{ik} \quad [2]$$

siendo C, A_{ik} y B_{ik} matrices de orden 2×2 de parámetros desconocidos; donde C es triangular superior y el valor de K es aquél que determina la generalidad del proceso.

(b) El *Modelo II*, que es aquél donde se realiza la corrección por la negociación infrecuente en las acciones que forman parte del índice de contado. La estructura de este modelo es idéntica al Modelo I, salvo que ahora se considera la rentabilidad de contado corregida por el efecto de la negociación infrecuente. En la literatura, se han considerado dos tipos de transformaciones alternativas para aproximar el verdadero valor del índice, como son la de Stoll y Whaley (1990) y la de Jokivuolle (1995). La primera está basada en la sustitución de las rentabilidades de contado por los residuos del modelo ARMA ajustado para dichas rentabilidades, pues se considera que la presencia de autocorrelación serial podría provocar inferencias erróneas. En cuanto a la transformación de Jokivuolle (1995), que es la utilizada en este trabajo –y también empleada por Blanco (1998) y Pardo y Climent (2000)–, se obtiene la rentabilidad de contado corregida, $c^c_{t,n}$, a partir del cálculo del logaritmo del verdadero valor del índice de contado. Dicha transformación se basa en el hecho de que todo proceso ARIMA puede descomponerse en dos componentes: uno permanente y otro cíclico. De esta forma, la parte permanente del logaritmo del índice observado de contado coincide con el logaritmo del verdadero valor del índice. Así, puede escribirse que:

$$C^c_{t,n} = C_{t,n} + \sum_{j=1}^q \hat{c}_{t,n}(j) + \left[1 - \sum_{i=1}^p \hat{\phi}_i \right]^{-1} \sum_{j=1}^p \sum_{i=j}^p \hat{\phi}_i \hat{c}_{t,n}(q-j+1)$$

de transacción y en todo momento, debe verificarse (para cada día, t) que $F_t = C_t e^{r\tau}$, siendo τ el plazo hasta el vencimiento del contrato de futuro y r la diferencia entre un tipo interés libre de riesgo y la tasa de dividendos esperada para el índice durante la vida del futuro. Por lo tanto, la constante puede representar el coste neto de financiación.

(7) Es decir, la corrección de error puede producirse en datos de elevada frecuencia, y los precios de contado y futuro pueden divergir en periodos de muy corto plazo para ajustarse de nuevo a los patrones marcados por la relación de largo plazo.

siendo $C_{t,n}^c$ el logaritmo del verdadero valor del índice de contado; $C_{t,n}$ es el logaritmo del índice observado; $\hat{c}_{t,n}(j)$ es la predicción de la rentabilidad observada de contado en el periodo t para el periodo $n + j$, obtenida mediante un modelo ARMA(p, q), y restando la constante de dicho proceso; $\hat{\phi}_i, i = 1, 2, \dots, p$ son los coeficientes autorregresivos estimados en el modelo ARMA. Así, la rentabilidad corregida de contado será igual a $c_{t,n}^c = \log C_{t,n}^c - \log C_{t,n-1}^c$, y el mecanismo de corrección del error es igual a: $\hat{z}_{t,n}^c = \log C_{t,n}^c - \delta_2 - \delta_3 \log F_{t,n}$.

Además, en (a) y (b) se consideran dos escenarios alternativos. Por un lado, *SE* identifica a aquel modelo donde no se corrige la rentabilidad de la periodicidad intradía; y, por otro lado, *FFF* se refiere a aquél que sí la corrige, sencillamente dividiendo cada rentabilidad por el correspondiente componente periódico estimado $\hat{s}_{t,n}$ (es decir, $r_{t,n} / \hat{s}_{t,n}$)⁸. Los parámetros se estiman por máxima verosimilitud, donde el logaritmo de verosimilitud está expresado por:

$$\text{Log}L = f + \sum_{t=1}^T \sum_{n=1}^N \log |\Omega_{t,n}| - \frac{1}{2} v'_{t,n} \Omega_{t,n}^{-1} v_{t,n}$$

siendo f una constante. Las estimaciones se llevarán a cabo a través del algoritmo BFGS, tomando como valores iniciales los obtenidos por el algoritmo BHHH.

El análisis empírico de estos modelos se realiza en varias etapas, muchos de cuyos resultados se omiten por cuestión de espacio. En primer lugar, se determina que el orden del VAR para el Modelo I es $r = 4$, mientras que para el Modelo II es $r = 9$ (es decir, los retardos son de 40 y 90 minutos), según los criterios de Akaike y Schwartz. En segundo lugar, se realiza un estudio de cointegración utilizando el método de Johansen (1988), cuya elección se justifica porque se ha constatado en diferentes trabajos su mejor comportamiento con datos de alta frecuencia. A través de este método, se concluye que existe una relación de cointegración entre ambos mercados. Así, utilizando el vector de cointegración normalizado podemos construir el residuo $\hat{z}_{t,n}$ y utilizarlo en el mecanismo de corrección bivalente. En tercer lugar, se analizan los errores del modelo VAR(4) y VAR(9) para comprobar si existe heterocedasticidad condicional. Los resultados muestran que puede modelizarse la varianza condicional pues, analizados los residuos al cuadrado de dichos modelos, se detecta la presencia de efectos ARCH a través del contraste de Ljung-Box y del contraste de los multiplicadores de Lagrange propuesto por Engle. Finalmente, y en cuarto lugar, se realizan las estimaciones de los parámetros de los modelos (a) y (b) por cuasi-máxima verosimilitud suponiendo normalidad condicional.

El cuadro 2 muestra los resultados de las estimaciones bivariantes VAR(r)-GARCH(1,1) de tipo BEKK ($K=1$) para los Modelos I y II, tanto en el caso *SE*

(8) Cabe destacar, que para descomponer la estacionalidad de la volatilidad del contrato de futuro en dos partes: intradía y alrededor de la fecha de vencimiento [véase Balloccchi *et al.* (2001)], se observa cómo la transformación *FFF* parece mezclar ambos efectos, puesto que no es relevante la inclusión de la variable “tiempo hasta el vencimiento” en la estimación de $s_{t,n}$ para dicho contrato. También, la representación gráfica de las fechas de vencimiento (once, en nuestro caso) y la volatilidad intradía estimada indican un solapamiento entre dichas fechas y los picos de la volatilidad intradía, resultando difícil descomponerla con el fin de determinar qué parte corresponde a una y cuál a otra.

Cuadro 2: ESTIMACIONES PSEUDO MÁXIMO VEROSÍMILES DEL MODELO
 VAR(r)-GARCH(1,1)-BEKK ($K = 1$).
 (ALGORITMO BFGS CON VALORES INICIALES BHHH)

Modelo I				
	<i>SE</i>		<i>FFF</i>	
	Coefficientes	<i>t</i>	Coefficientes	<i>t</i>
γ_{10}	-0,000004	-0,27	-0,00003	-2,52
γ_{11}	0,0012	3,51	0,0002	2,33
γ_{12}	-0,0217	-2,28	-0,0396	-4,23
δ_{11}	-0,3442	-9,23	-0,2498	-14,5
δ_{12}	-0,2138	-5,05	-0,1382	-8,91
δ_{13}	-0,0773	-2,41	-0,0365	-2,27
δ_{14}	-0,0793	-4,93	-0,0362	-2,56
δ_{15}	—	—	—	—
δ_{16}	—	—	—	—
δ_{17}	—	—	—	—
δ_{18}	—	—	—	—
δ_{19}	—	—	—	—
λ_{11}	0,3755	11,0	0,3086	19,2
λ_{12}	0,2408	5,69	0,1618	10,3
λ_{13}	0,1232	3,89	0,0853	5,39
λ_{14}	0,0749	4,24	0,0449	3,33
λ_{15}	—	—	—	—
λ_{16}	—	—	—	—
λ_{17}	—	—	—	—
λ_{18}	—	—	—	—
λ_{19}	—	—	—	—
γ_{20}	-0,00002	-1,00	-0,000008	-0,71
γ_{21}	0,0007	2,15	0,0002	1,42
γ_{22}	0,0451	3,90	0,0275	3,62
δ_{21}	0,1711	4,93	0,1787	9,69
δ_{22}	0,1091	2,62	0,1021	6,20
δ_{23}	0,1232	3,81	0,1065	6,60
δ_{24}	0,0316	1,81	0,0396	2,82
δ_{25}	—	—	—	—
δ_{26}	—	—	—	—
δ_{27}	—	—	—	—
δ_{28}	—	—	—	—
δ_{29}	—	—	—	—

Cuadro 2: ESTIMACIONES PSEUDO MÁXIMO VEROSÍMILES DEL MODELO
 VAR(r)-GARCH(1,1)-BEKK ($K = 1$).
 (ALGORITMO BFGS CON VALORES INICIALES BHHH) (continuación)

Modelo I				
SE			FFF	
	Coefficientes	t	Coefficientes	t
λ_{21}	-0,1706	-5,22	-0,1708	-10,3
λ_{22}	-0,1048	-2,61	-0,1066	-6,35
λ_{23}	-0,0912	-2,90	-0,0689	-4,25
λ_{24}	-0,0361	-2,03	-0,0291	-2,15
λ_{25}	—	—	—	—
λ_{26}	—	—	—	—
λ_{27}	—	—	—	—
λ_{28}	—	—	—	—
λ_{29}	—	—	—	—
c_{11}	0,0009	4,27	0,00006	1,91
c_{12}	0,0011	10,7	0,0004	9,33
c_{22}	0,0002	2,12	0,000001	0,06
a_{11}	0,9276	5,34	0,3381	7,69
a_{12}	0,4738	2,70	-0,1168	-3,54
a_{21}	-0,6642	-3,31	-0,1646	-4,01
a_{22}	-0,2334	-1,14	0,2812	9,64
b_{11}	-0,9443	-12,2	-0,0939	-1,05
b_{12}	-1,6045	-33,2	-0,8347	-12,1
b_{21}	0,2109	5,70	-0,8594	-11,1
b_{22}	1,0418	20,3	-0,1665	-2,24
Log L	134.979,32		136.889,70	
Mediana de ρ_{cf}	0,89		0,85	
$H_{01}: \gamma_{12} =$ $\lambda_{11} = \dots =$ $\lambda_{14} = 0$	255,19 [0,0]		305,83 [0,0]	
$H_{02}: \gamma_{22} =$ $\lambda_{21} = \dots =$ $\lambda_{29} = 0$	69,51 [0,0]		100,89 [0,0]	

Nota: Estimaciones robustas de los errores estándar ante la existencia de heterocedasticidad y autocorrelación serial. Entre corchetes aparece el p -valor.

Cuadro 2: ESTIMACIONES PSEUDO MÁXIMO VEROSÍMILES DEL MODELO
 VAR(r)-GARCH(1,1)-BEKK ($K = 1$).
 (ALGORITMO BFGS CON VALORES INICIALES BHHH) (continuación)

Modelo II				
<i>SE</i>			<i>FFF</i>	
	Coefficientes	<i>t</i>	Coefficientes	<i>t</i>
γ_{10}	-0,00003	-1,42	-0,00007	-4,15
γ_{11}	0,0009	2,36	0,0004	2,01
γ_{12}	-0,1469	-4,53	-0,0989	-7,20
δ_{11}	-0,5519	-27,0	-0,4096	-27,0
δ_{12}	-0,6817	-22,1	-0,4857	-32,0
δ_{13}	-0,4607	-17,0	-0,2574	-16,0
δ_{14}	-0,4529	-14,7	-0,2436	-15,8
δ_{15}	-0,2881	-13,2	-0,1411	-9,55
δ_{16}	-0,2108	-9,59	-0,0886	-6,86
δ_{17}	-0,1387	-9,03	-0,0709	-6,21
δ_{18}	-0,0671	-6,39	-0,0347	-4,09
δ_{19}	-0,0342	-4,32	-0,0275	-4,09
λ_{11}	1,4014	25,8	1,3134	68,5
λ_{12}	0,3963	10,3	0,1231	5,02
λ_{13}	0,5985	12,6	0,3433	12,3
λ_{14}	0,2427	7,10	0,0274	1,24
λ_{15}	0,2700	9,12	0,1261	6,41
λ_{16}	0,0463	1,87	-0,0086	-0,42
λ_{17}	0,0461	2,39	-0,0039	-0,22
λ_{18}	-0,0075	-0,28	0,0123	0,76
λ_{19}	-0,0497	-3,03	-0,0102	-0,71
γ_{20}	-0,00001	-0,68	-0,00001	-0,69
γ_{21}	0,0007	1,75	0,0001	1,44
γ_{22}	0,0540	2,78	0,0325	4,18
δ_{21}	0,0331	1,84	0,0470	4,63
δ_{22}	0,0489	2,55	0,0482	5,45
δ_{23}	0,0714	3,25	0,0551	5,64
δ_{24}	0,0323	1,53	0,0314	3,29
δ_{25}	0,0405	1,97	0,0200	2,11
δ_{26}	0,0212	1,16	0,0153	1,59
δ_{27}	0,0185	1,12	0,0104	1,19
δ_{28}	-0,0087	-0,77	-0,0019	-0,27
δ_{29}	0,0055	0,69	-0,0026	-0,48

Cuadro 2: ESTIMACIONES PSEUDO MÁXIMO VEROSÍMILES DEL MODELO
 VAR(r)-GARCH(1,1)-BEKK ($K = 1$).
 (ALGORITMO BFGS CON VALORES INICIALES BHHH) (continuación)

Modelo II				
SE			FFF	
	Coefficientes	t	Coefficientes	t
λ_{21}	-0,0549	-2,30	-0,0779	-6,34
λ_{22}	-0,0868	-2,80	-0,0870	-5,62
λ_{23}	-0,0548	-1,76	-0,0329	-2,04
λ_{24}	-0,0409	-1,50	-0,0169	-1,34
λ_{25}	-0,0078	-0,29	0,0058	0,40
λ_{26}	-0,0272	-1,04	-0,0063	-0,40
λ_{27}	0,0001	0,00	-0,0108	-0,81
λ_{28}	0,0140	0,50	0,0094	0,74
λ_{29}	0,0169	1,69	0,0128	1,71
c_{11}	0,0009	1,50	0,0006	14,6
c_{12}	0,0006	1,54	0,0003	11,8
c_{22}	0,0004	0,98	0,00005	0,63
a_{11}	0,5861	7,44	0,4031	14,4
a_{12}	0,2119	1,47	-0,0470	-3,10
a_{21}	-0,9233	-14,6	-0,2956	-3,66
a_{22}	-0,3904	-4,47	0,2197	12,6
b_{11}	0,7448	5,75	0,4373	6,70
b_{12}	-0,0349	-0,19	-0,2356	-5,43
b_{21}	-1,3247	-6,50	-1,4989	-31,2
b_{22}	-0,8612	-5,66	-0,7305	-14,4
Log L	129.514,10		130.012,12	
Mediana de ρ_{cf}	0,78		0,69	
$H_{01}: \gamma_{12} =$ $\lambda_{11} = \dots =$ $\lambda_{14} = 0$	7.371,36 [0,0]		34,33 [0,0]	
$H_{02}: \gamma_{22} =$ $\lambda_{21} = \dots =$ $\lambda_{29} = 0$	34,71 [0,0]		41,11[0,0]	

Nota: Estimaciones robustas de los errores estándar ante la existencia de heterocedasticidad y autocorrelación serial. Entre corchetes aparece el p -valor.

como *FFF*. Las conclusiones que pueden extraerse son variadas, y están relacionadas con la importancia de los coeficientes –tanto de las rentabilidades anormales como de las variables retardadas–, el mecanismo de corrección del error y la existencia de transmisión de volatilidad entre los mercados. Así, destacamos que:

(i) La rentabilidad del primer intervalo del día (y referida al efecto *overnight* y efecto fin de semana) es distinta al resto, pues los coeficientes $\hat{\gamma}_{11}$ y $\hat{\gamma}_{21}$ son significativos estadísticamente, salvo en el modelo *FFF* para el mercado de futuro. El efecto es siempre positivo, y es mayor en el caso del mercado de contado que en el de futuro, tendiendo su valor hacia cero en los modelos *FFF*. Esto último podría indicar la mayor sensibilidad que posee el mercado de contado a la información acumulada desde el cierre del mercado.

(ii) Los mercados están cointegrados, puesto que los coeficientes $\hat{\gamma}_{12}$ y $\hat{\gamma}_{22}$ son estadísticamente significativos al 5% y con signos opuestos. De esta manera, puede asegurarse que cuando se producen desequilibrios en las rentabilidades, respecto de su senda de largo plazo y en ambos mercados, éstos son transitorios. Además, dado que la magnitud en valor absoluto de $\hat{\gamma}_{12}$ y $\hat{\gamma}_{22}$ es mayor en el mercado de contado, salvo en el Modelo I-*SE*, puede decirse que el mercado que se ajusta en mayor medida a la relación de largo plazo es el de contado.

(iii) La relación entre ambos mercados es bidireccional, pues el mercado de futuro causa al mercado de contado y viceversa. Esto puede observarse de dos maneras. Por un lado, mediante un análisis individual de los coeficientes de las variables retardadas de cada mercado, $\hat{\delta}_{1i}$, $\hat{\delta}_{2i}$, $\hat{\lambda}_{1i}$ y $\hat{\lambda}_{2i}$, $i = 1, \dots, r$. Éste indica que dichos coeficientes son significativos al 5% ó 10%; mostrándose en el Modelo II un mayor efecto de la información retardada del mercado de futuro sobre el de contado que viceversa. Por otro lado, mediante un análisis conjunto del coeficiente del mecanismo de corrección del error y los coeficientes de las variables retardadas. En este sentido, se realiza el contraste de las hipótesis $H_{01} : \gamma_{12} = \lambda_{11} = \dots = \lambda_{14} = 0$ y $H_{02} : \gamma_{22} = \delta_{21} = \dots = \delta_{29} = 0$, las cuales implican que los precios de contado (futuro) no responden ante las desviaciones de la senda de equilibrio a largo plazo y, además, que las rentabilidades de contado (futuro) no están explicadas por las rentabilidades de futuro (contado). La evaluación, en ambos casos, se realiza mediante el criterio de razón de verosimilitudes. Los resultados obtenidos muestran el rechazo de dichas hipótesis a cualquier nivel de significación convencional. De esta manera, existe causalidad en doble sentido y los mercados de contado y futuro poseen una correlación no contemporánea. Así, tanto el mercado de futuro aporta información al de contado como al revés, al menos durante 40 minutos según el Modelo I, y 90 minutos según el Modelo II.

Sin embargo, aunque la relación de liderazgo es bidireccional, ¿cuál es la contribución de cada mercado al proceso de formación de precios? En la literatura existen diversas formas de analizar el porcentaje del *price discovery* que ocurre en cada mercado, como forma alternativa de evaluar la relación de liderazgo en precios. Éstos son indicadores sintéticos basados en los modelos de factores comunes desarrollados por Gonzalo y Granger (1995) y Hasbrouck (1995), los cuales pueden ser muy útiles para realizar comparaciones entre modelos. Ambos indicadores poseen diferentes visiones del proceso de *price discovery*. Así, por ejemplo, Gonzalo y Granger (1995) centrándose en los componentes del factor común y el me-

canismo de corrección del error multiecuacional, indican que dicho factor mide la contribución del precio i -ésimo al precio eficiente. Por otro lado, Hasbrouck (1995) considera que este porcentaje puede definirse como la proporción de la varianza de la innovación del precio eficiente de un activo (medida de la intensidad de información sobre dicho precio) que puede ser atribuida a cada mercado. No obstante, ambas medidas proporcionan resultados cualitativamente similares.

El cuadro 3 muestra los resultados de ambos indicadores para cada mercado y modelo analizado⁹. En él, aparecen los factores comunes ponderados de Gonzalo y Granger, los cuales se obtienen a partir de las expresiones simples: $g_1 = \gamma_{22} / (\gamma_{22} - \gamma_{12})$ y $g_2 = \gamma_{12} / (\gamma_{12} - \gamma_{22})$ para el mercado de contado y futuro, respectivamente; siendo γ_{12} y γ_{22} los coeficientes del mecanismo de corrección de error definidos en [1]. Por otro lado, también aparecen los porcentajes de información de Hasbrouck (1995). En este sentido, por la simplicidad de su cálculo, éstos se obtienen a partir de las expresiones propuestas por Baillie *et al.* (2002) y Booth *et al.* (2002). Cabe destacar, que este cálculo se realiza directamente a través de los resultados del modelo vectorial de corrección de error y sin usar el procedimiento vectorial de medias móviles que propone el propio Hasbrouck. Además, estas expresiones tienen en cuenta que las innovaciones de los precios están altamente correlacionadas entre los mercados, tal y como sucede en este estudio; siendo similares a Martens (1998) cuando no existe correlación entre los mercados. Estas proporciones son iguales a: $S_1 = (g_1 m_{11} + g_2 m_{12})^2 / ((g_1 m_{11} + g_2 m_{12})^2 + g_2 m_{22})^2$ para el mercado de contado y $S_2 = (g_2 m_{22})^2 / ((g_1 m_{11} + g_2 m_{12})^2 + g_2 m_{22})^2$ para el mercado de futuro; donde $m_{11} + \sigma_1$, $m_{12} + \rho\sigma_2$ y $m_{22} + \sigma_2(1 - \rho)^{1/2}$ son los elementos de la transformación de Cholesky de la matriz de varianzas y covarianzas de las innovaciones de los precios (aplicada para eliminar la correlación contemporánea entre las innovaciones de los mercados); siendo ρ la correlación entre las innovaciones de los mercados, σ_1 y σ_2 las desviaciones de las innovaciones del mercado de contado y futuro, respectivamente. Sin embargo, teniendo en cuenta que la metodología de Cholesky (en tanto que común y arbitraria) tiende a atribuir todo el efecto de cualquier componente común a la variable que está primero en el orden del modelo VAR, Hasbrouck recomienda construir límites inferiores y superiores para las proporciones de información. Por ello, es conveniente rotar las variables y ortogonalizar las matrices de varianzas y covarianzas de las innovaciones para obtener las cotas¹⁰.

En general, la verdadera proporción de Hasbrouck caería dentro de los límites superior e inferior del intervalo correspondiente. Sin embargo, estos intervalos son bastante amplios debido a la elevada correlación positiva entre las innovacio-

(9) Cabe destacar, que la interpretación de los resultados debe realizarse con cautela, por dos motivos. Por un lado, porque se rechaza la existencia de un vector de cointegración (1 -1), tal y como exige la metodología. No obstante, este resultado es razonable teniendo en cuenta que este vector no tiene que cumplirse teóricamente, excepto en el vencimiento del futuro. Por otro lado, porque se asume que la matriz de varianzas y covarianzas de las innovaciones no es condicionalmente heterocedástica, a diferencia de lo que se ha considerado en este estudio.

(10) Por ejemplo, en el ordenamiento contado-futuro, la primera cota es el máximo en el mercado de contado, y la segunda es el mínimo en el mercado de futuro. En el ordenamiento futuro-contado, la primera cota será el máximo en el mercado de futuro y la segunda es el mínimo en el de contado.

nes de los mercados. Por lo tanto, los resultados serían poco concluyentes acerca de qué mercado domina al otro o concentra el *price discovery*. No obstante, podemos comparar los modelos atendiendo al valor medio obtenido del intervalo de Hasbrouck, tal y como hacen Baillie *et al.* (2002). En este sentido, dicho valor supera el 50% para el mercado de futuro, indicando una mayor contribución de este mercado al *price discovery* que la correspondiente al mercado de contado. Por otro lado, y atendiendo al valor del factor común ponderado de Gonzalo y Granger (que no está sujeto al rango de estimación), también observamos como el mayor porcentaje de *price discovery* (superior al 50%) se encontraría siempre en el mercado de futuro. Por todo ello, podría decirse que el mercado de futuro posee un liderazgo informativo.

Cuadro 3: PORCENTAJE DE *PRICE DISCOVERY* EN CADA MERCADO

Modelos	Mercado de Contado			Mercado de Futuro				
	Hasbrouck			Gonzalo y Granger	Hasbrouck			Gonzalo y Granger
	Mínimo	Máximo	Media		Mínimo	Máximo	Media	
I-SE	3,82	91,84	47,83	42,59	8,16	96,18	52,17	57,41
I-FFF	5,80	90,62	48,21	46,71	9,38	94,20	51,79	53,29
II-SE	2,51	72,11	37,31	20,47	27,89	97,49	62,69	79,53
II-FFF	5,54	70,06	37,80	40,98	29,94	94,46	62,20	59,02

Sin embargo, pueden destacarse otros aspectos de interés para dichas proporciones. Atendiendo a los resultados de los modelos donde las rentabilidades se corrigen por el componente periódico estimado de cada mercado (Modelos I-FFF y II-FFF), los intervalos de Hasbrouck tienden a reducirse, lo cual sucede tanto en el mercado de contado como de futuro (por ejemplo, para el mercado de contado, el intervalo está comprendido entre [3,82-91,84] en el Modelo I-SE, mientras que en el Modelo I-FFF el intervalo es igual a [5,80-90,62]). A su vez, se observa como los valores medios de dichos intervalos se reducen en el mercado de futuro (por ejemplo, en el en el Modelo I-SE es 52,17% y en el Modelo I-FFF es 51,79%; mientras que en el Modelo II-SE es 62,69% y en el Modelo II-FFF es 62,20%) y se incrementan en el mercado de contado (por ejemplo, en el Modelo I-SE es 47,83% y en el Modelo I-FFF es 48,21%). Por otro lado, el valor del indicador de Gonzalo y Granger se reduce en el mercado de futuro y se incrementa en el mercado de contado, también en relación a los resultados de los Modelos I-SE y II-SE. De esta forma, podría decirse que la periodicidad intradiaria afecta a los resultados del *price discovery*, porque aumenta el rango de los intervalos de Hasbrouck; pero, por el contrario, no afecta al liderazgo informativo del mercado de futuro pues este mercado siempre posee el mayor porcentaje de *price discovery* en todos los modelos analizados. Finalmente, atendiendo a los resultados de la corrección por la ne-

gociación infrecuente de las rentabilidades de contado, cabe resaltar que los mayores porcentajes de *price discovery* –obtenidos para los valores medios de Hasbrouck y la medida de Gonzalo y Granger–, aparecen en el mercado de futuro. Quizás, este aspecto podría indicar que dicha corrección proporciona al mercado de futuro una mayor ventaja informativa frente al mercado de contado.

(iv) Las varianzas y covarianzas condicionales estimadas entre los mercados resultan significativas, pues los coeficientes estimados del modelo GARCH(1,1)-BEKK ($K = 1$) –el cual impone fácilmente las restricciones de positividad de la varianza frente a otras alternativas como la especificación vectorial o diagonal¹¹–, son significativos al 5%, en su mayoría. En este sentido, puede argumentarse que existe un importante efecto de transmisión de volatilidad entre los mercados de contado y futuro. Primero, por la relevancia de los efectos cruzados de las innovaciones así como las varianzas y covarianzas condicionales desfasadas de ambos mercados en la explicación de la volatilidad de cada mercado. Segundo, porque el flujo de información entre los dos mercados es elevado, puesto que la correlación condicional contemporánea estimada es elevada y positiva, si bien no está próxima a la unidad. Por ejemplo, en el Modelo I, la mediana de la correlación condicional estimada (ρ_{cf}) es igual a 0,89 para *SE* y 0,85 para *FFF*; mientras que para el Modelo II es 0,78 y 0,69, respectivamente. Al respecto, cabría destacar que las divergencias entre los modelos *SE* y *FFF* son importantes y pueden atribuirse al ajuste periódico de las rentabilidades. Es decir, la corrección de la periodicidad en las rentabilidades tiende a reducir la correlación condicional entre los mercados, pues con ella se consigue eliminar una parte importante de la variabilidad de las rentabilidades.

Otros resultados de interés aparecen en el cuadro 4. Éste muestra algunos resultados relacionados con los contrastes de especificación del modelo VAR(r)-GARCH(1,1)-BEKK ($K = 1$), y las propiedades dinámicas de la varianza condicional multiecuacional.

En cuanto al primero de los aspectos, podemos distinguir dos cuestiones. En primer lugar, el modelo de volatilidad puede considerarse correctamente especificado atendiendo, en general, al contraste $Q_z(j)$ de Ljung-Box. Éste se ha calculado para $j = 1, 10, 20$, e indica que los residuos estandarizados no presentan estructuras autocorrelacionadas, pues los p -valores son superiores al 5%. Por otro lado, cabe añadir que el contraste propuesto por Engle y Ng (1993), que está basado en la curva de impacto de las noticias y posee una mayor potencia en la detección de

(11) La elección de $K = 1$ como orden de generalidad del proceso no está exenta de críticas. Éstas se deben a la imposición de restricciones innecesarias o poco deseables en la práctica, tanto dentro como entre las ecuaciones de las varianzas y covarianzas condicionales entre los dos mercados, además de no poseer un sentido económico claro. Esto se debe a que este orden de generalidad es menor que el valor que requiere la condición definida en el apartado (a) de la proposición 2.2 de Engle y Kroner (1995) –donde el número de parámetros distintos en las matrices A_{ik} debería ser al menos igual a 9 (en nuestro caso, sólo existen 4)–. Por lo tanto, se incumple la condición de que el modelo BEKK sea totalmente general, y se impondrán implícitamente algunas restricciones innecesarias a los coeficientes del modelo. No obstante, reespecificando nuestro modelo atendiendo a las proposiciones 2.2 y 2.3 de Engle y Kroner (1995), con las que se eliminan todas las restricciones innecesarias así como otras representaciones equivalentes, los resultados obtenidos no cambian excesivamente y los nuevos coeficientes estimados no son significativos al 5%.

Cuadro 4: CONTRASTES Y PROPIEDADES DE LA VARIANZA CONDICIONAL EN EL MODELO VAR(r)-GARCH(1,1)-BEKK($K = 1$)

Modelo I				
	SE		FFF	
	$c_{t,n}$	$f_{t,n}$	$c_{t,n}$	$f_{t,n}$
$Q_z(1)$	2,01 [0,15]	0,90 [0,34]	3,67 [0,05]	2,08 [0,15]
$Q_z(10)$	7,39 [0,69]	4,58 [0,92]	6,47 [0,77]	4,43 [0,92]
$Q_z(20)$	14,33 [0,81]	10,5 [0,96]	18,87 [0,53]	14,6 [0,80]
Engle-Ng	7,28 [0,06]	18,5 [0,00]	1,98 [0,37]	0,76 [0,8]
Pagan-Schwert	136,3 [0,0]	221,3 [0,0]	16,18 [0,00]	1,70 [0,43]
Módulo de los valores propios de $(A_{11} \otimes A_{11}) + (B_{11} \otimes B_{11})$		0,5109		0,6258
		0,8626		0,7184
		0,6869		0,9847
		0,5471		0,6259
$H_{03}: \alpha = 0, \beta = 1$		329,95[0,0]		3.477,2[0,0]
Modelo II				
$Q_z(1)$	1,60 [0,21]	0,02 [0,9]	1,47 [0,5]	5,23 [0,02]
$Q_z(10)$	13,8 [0,13]	4,67 [0,9]	24,2 [0,01]	8,74 [0,56]
$Q_z(20)$	18,0 [0,52]	11,46 [0,9]	33,0 [0,02]	18,6 [0,54]
Engle-Ng	27,76 [0,0]	27,75 [0,0]	11,9 [0,01]	11,7 [0,01]
Pagan-Schwert	36,48 [0,0]	1,41 [0,49]	17,39[0,0]	4,78 [0,09]
Módulo de los valores propios de $(A_{11} \otimes A_{11}) + (B_{11} \otimes B_{11})$		0,8661		0,6828
		0,7328		0,9864
		0,8263		0,5974
		0,7208		0,5979
$H_{03}: \alpha = 0, \beta = 1$		2.616,2[0,0]		1.503,7[0,0]

Nota: Entre corchetes aparece el nivel de significación crítico. Engle-Ng es el contraste de asimetría conjunta de Engle y Ng (1993), y está basado en la regresión: $(\hat{v}_{it,n} / h_{it,n})^2 = a + b_1 S_{it,n-1}^- + b_2 (1 - S_{it,n-1}^-) \hat{v}_{it,n-1} + b_3 S_{it,n-1}^- \hat{v}_{it,n-1} + e_{it,n}$ donde $\hat{v}_{it,n} / h_{it,n}$ ($i =$ contado, futuro) son los residuos estandarizados, siendo $\hat{v}_{it,n}$ el residuo estimado y $h_{it,n}$ es la varianza condicional del mercado i -ésimo; $S_{it,n-1}^- = 1$ si $\hat{v}_{it,n} < 0$; y $e_{it,n}$ es un residuo i.i.d.. La hipótesis conjunta implica que $b_1 = b_2 = b_3 = 0$. La distribución del estadístico de prueba es $\chi^2(3)$, siendo los grados de libertad iguales a 3. Pagan-Schwert es el contraste de Pagan y Schwert (1990) basado en la regresión de $v_{it,n}^2 = a + bh_{it,n} + e_{it,n}$. La hipótesis nula a contrastar es $a = 0, b = 1$ y la distribución del estadístico es $\chi^2(2)$. Finalmente, $H_{03}: \alpha = 0, \beta = 1$ se refiere a la hipótesis nula de la regresión de varianzas condicionales, cuyo estadístico se distribuye como $\chi^2(2)$.

especificaciones erróneas relacionadas con los efectos asimétricos, muestra que no se rechaza la hipótesis al 1%, salvo para el mercado de futuro en el Modelo I-SE y tanto el mercado de contado como futuro en el modelo II-SE. Por ello, y atendiendo a este resultado, puede decirse que los modelos en los que las rentabilidades se han corregido del efecto de la periodicidad intradía están estadísticamente mejor especificados. Por último, el contraste de inesgadez de Pagan y Schwert (1990) muestra que no se rechaza al 5% la hipótesis nula de igualdad entre los residuos al cuadrado y la volatilidad condicional de cada mercado. No obstante, esto sólo sucede en tres casos, que son las ecuaciones del mercado de futuro para el Modelo I-FFF, Modelo II-SE y II-FFF.

En segundo lugar, las varianzas condicionales estimadas de ambos mercados son distintas. Este resultado se obtiene después de evaluar la igualdad de las varianzas entre ambos mercados, tal y como destacan Stoll y Whaley (1990). Para contrastar la hipótesis de igualdad de las varianzas de ambos mercados, se utiliza un contraste basado en la regresión simple estimada por mínimos cuadrados: $h_{1,t,n} = \alpha + \beta h_{2,t,n} + \omega_{t,n}$, donde $h_{1,t,n}$ es la varianza condicional del mercado de contado; $h_{2,t,n}$ es la correspondiente al mercado de futuro y $\omega_{t,n}$ es un residuo distribuido i.i.d.. Con esta ecuación se puede analizar la hipótesis nula: $H_{03}: \alpha = 0, \beta = 1$, mediante un contraste de Wald. Los resultados obtenidos muestran que se rechaza la hipótesis nula en todos los modelos y para cualquier nivel de significación. Por lo tanto, en general, podemos decir que la varianza condicional de las rentabilidades es distinta en cada mercado, tanto si se realiza la corrección por la negociación infrecuente como si no se realiza; tanto si se corrige la periodicidad intradía como si no se corrige.

Ahora bien, ¿en qué mercado es mayor la volatilidad no condicional? Podemos decir que la volatilidad no condicional del mercado de futuro es mayor que la correspondiente al mercado de contado en el Modelo I. Sin embargo, cuando los precios de contado se corrigen por la negociación infrecuente (Modelo II), la varianza no condicional del mercado de contado es mayor que la de futuro. Estas diferencias en las varianzas de las rentabilidades entre los mercados se pueden explicar de la siguiente manera, al menos en el caso de los resultados del Modelo I, es decir, cuando no se tiene en cuenta la corrección por la negociación infrecuente. Está demostrado que los mercados de futuro de índices de activos son un medio de negociación preferible para los agentes que desean negociar carteras, ya que los costes de selección adversa son más bajos que los correspondientes a su activo subyacente [véase Subrahmanyam (1991)]. De hecho, en el mercado español de futuro sobre Ibex35 puede negociarse de forma más rápida y barata ante la llegada de información genérica que en el mercado de contado [véase Pardo y Climent (2000)]. Por ello, el mercado de futuro atraerá a nuevos y diferentes inversores que provocarán un incremento de la actividad de negociación y, por lo tanto, de la volatilidad de las rentabilidades en dicho mercado pues a mayor actividad mayor volatilidad. Así, si en el mercado de futuro existe mayor actividad de negociación que en el de contado, cabría esperar una mayor volatilidad en el futuro que en el contado.

En cuanto al segundo de los aspectos, y para completar el estudio sobre la volatilidad condicional multiecuacional, se realiza un breve análisis de las relaciones dinámicas de dichas volatilidades. Así, y en primer lugar, cabe destacar que

todos los modelos poseen covarianza condicional estacionaria, pues los valores propios de $(A_{11} \otimes A_{11}) + (B_{11} \otimes B_{11})$, donde \otimes es el producto de Kronecker, son inferiores en módulo a la unidad. Por lo tanto, no existe persistencia en la volatilidad estimada para las rentabilidades intradiarias de los mercados de contado y futuro del Ibex35, conjuntamente. En segundo lugar, rescribiendo el modelo BEKK en forma vectorial y evaluando las equivalencias existentes entre dichos modelos (véase el Apéndice II, y cuadro A.2), se encuentra que: 1) La evolución dinámica de la volatilidad de los mercados de contado y futuro del Ibex35 de tipo BEKK resulta equivalente a la representación vectorial. Esto sucede en todos los modelos estimados, puesto que existen las matrices de coeficientes estimados \hat{C} , \hat{A}_{11} y \hat{B}_{11} . También, la especificación vectorial deducida de la representación BEKK, y obtenida en todos los modelos estimados, es única para cada caso. Y, 2) el residuo del modelo vectorial GARCH es estacionario en covarianza, puesto que los valores propios de $\hat{A}_1 \otimes \hat{B}_1$ son inferiores en módulo a la unidad.

En este sentido, haciendo una breve valoración de los resultados que se obtienen después de transformar el modelo BEKK en forma vectorial, destacamos dos hechos. Por un lado, el modelo vectorial muestra que las varianzas y covarianzas de los mercados de contado y futuro del Ibex35 reaccionan a la información proveniente de ambos mercados. Esto es así porque las covarianzas condicionales no son nulas y, además, existen interacciones entre las varianzas condicionales de los mercados. De esta forma, los *shocks* (o innovaciones) y las volatilidades desfasadas que provienen del mercado de futuro afectan a la varianza del mercado de contado, y viceversa. La justificación de este resultado se encuentra en el hecho de que tanto el modelo BEKK como vectorial no son diagonales, ya que las matrices de coeficientes estimados en la ecuación [2] (\hat{A}_{11} y \hat{B}_{11}), no son diagonales en ninguno de los modelos estimados (Modelos I y II y variantes *SE* y *FFF*) y, por tanto, tampoco lo son las correspondientes a la especificación vectorial (\hat{A}_1 y \hat{B}_1). Y, por otro lado, las varianzas no condicionales entre los mercados son distintas en el modelo vectorial. Así, por ejemplo, la varianza no condicional es ligeramente mayor en el mercado de futuro que en el de contado para el Modelo I, pero no para el Modelo II. Además, cabe decir que dichas varianzas son menores en el modelo que utiliza las rentabilidades corregidas por la periodicidad intradiaria. Por lo tanto, existen similitudes en la interpretación de los resultados del modelo BEKK y su equivalente vectorial.

Finalmente, cabría aludir a que el ajuste alcanzado en las especificaciones *FFF* (en términos del logaritmo de verosimilitud) es mayor que en el caso *SE*, aspecto que demuestra que la corrección de periodicidad efectuada consigue ajustar mejor los datos.

4. CONCLUSIONES

En este estudio se han analizado dos cuestiones. Primero, se ha puesto de manifiesto el hecho de que la periodicidad intradía, que aparece en las rentabilidades cuadradas y absolutas de los mercados de contado y futuro del Ibex35, provoca un incremento de la persistencia en la volatilidad condicional de ambas rentabilidades, y que la filtración de las mismas (utilizando la modelización del componente

periódico, *FFF*), permite disminuir dicha persistencia. Y, segundo, atendiendo a la posibilidad de que la nueva información se incorpore de forma más rápida en un mercado que en el otro, se ha analizado la influencia de la periodicidad sobre la relación de liderazgo en precios entre los mercados de contado y futuro.

En este último sentido, se ha analizado la relación entre contado y futuro del Ibex35 utilizando un modelo vectorial de corrección del error con matriz de covarianzas condicionales variable temporalmente, considerándose dos escenarios: la no corrección y la corrección de los precios por la negociación infrecuente de las acciones del índice de contado. A su vez, dentro de cada uno de ellos se tiene en cuenta que los rendimientos estén corregidos por la periodicidad intradía (*FFF*) y no lo estén (*SE*).

A partir de las estimaciones de todos estos modelos, se observan dos grandes grupos de resultados.

Por un lado, la periodicidad intradía no afecta a dicha relación. Concretamente, en los modelos analizados siempre existe causalidad bidireccional entre los mercados de contado y futuro, de tal manera que, aún condicionada a este hecho, la periodicidad intradía no afecta a la aparición de retardos y adelantos en la relación de liderazgo, es decir, al hecho de que el mercado de futuro reaccione de manera más rápida que el de contado ante las nuevas expectativas del mercado o viceversa. Esto se debe a que la correlación entre las rentabilidades contemporáneas de los precios de contado y futuro no es perfecta, aunque sí positiva, y ambos mercados presentan autocorrelación serial estadísticamente significativa. También, cabe destacar que la existencia de periodicidad intradía no afecta al liderazgo informativo del mercado de futuro, pues el mayor porcentaje de *price discovery* se encuentra siempre en este mercado. Es decir, la proporción de la varianza en el precio eficiente del activo que es atribuible al mercado de futuro es siempre mayor que la de contado. Ahora bien, también puede decirse que la periodicidad afecta al *price discovery* en el sentido que produce un incremento del rango de los intervalos de Hasbrouck en ambos mercados, y provoca un aumento (disminución) del porcentaje medio de Hasbrouck obtenido sobre dichos intervalos así como del valor del indicador de Gonzalo y Granger en el caso del mercado de futuro (contado).

Por otro lado, los efectos de la periodicidad intradía sobre la volatilidad condicional multiecuacional son variados. En primer lugar, provoca importantes cambios en las estimaciones, tanto en el modelo BEKK como su equivalente vectorial, y una reducción de la correlación condicional mediana entre los mercados –disminuyendo, tanto cuando se considera la negociación infrecuente como cuando no–. En segundo lugar, sí afecta a la transmisión de volatilidad entre los mercados de contado y futuro en todos los modelos analizados, en el sentido de que los parámetros que ligan las innovaciones de los mercados, que continúan siendo significativos, presentan en general una reducción en valor absoluto. No obstante, no se consigue determinar qué mercado es el dominante en la transmisión de dicha volatilidad. Y, finalmente, se muestra que las varianzas entre los mercados de contado y futuro no son iguales en ninguno de los escenarios, observándose una mayor volatilidad no condicional en el mercado de futuro que en la de contado, salvo cuando se corrigen los precios de contado por la negociación infrecuente.

En resumen, puede concluirse que existen ciertas imperfecciones en ambos mercados (o que éstos no son del todo eficientes), pues siempre existe causalidad bidireccional y sus varianzas no son iguales. Además, estos resultados se producen tanto si se tiene en cuenta la negociación infrecuente como si no; tanto si se elimina la periodicidad de las rentabilidades como si no se elimina.

Por último, cabría añadir que algunas razones que podrían explicar los resultados poco concluyentes obtenidos en este estudio, en los términos de determinar qué mercado lidera al otro mercado cuando se utiliza el modelo de corrección del error con covarianzas condicionales variables en el tiempo, podrían ser las siguientes. Por un lado, la forma de modelización del componente periódico –que sí afecta a la volatilidad condicional–. Y, por otro lado, la incidencia que podrían poseer los costes de transacción o la importancia que tendría la información asimétrica de los inversores para provocar retrasos o adelantos en los ajustes de los precios. En este sentido, y teniendo en cuenta lo que algunos investigadores de la microestructura del mercado de activos han argumentado, si se descompusiese la horquilla de precios de compra-venta –como variable que representa la compensación de dos tipos de costes: el de procesamiento de las órdenes y el coste de selección adversa–, podrían analizarse otras razones más concretas acerca de las divergencias existentes entre ambos mercados, así como la relación de liderazgo del mercado de futuro frente al mercado de contado teniendo en cuenta que sus varianzas varían en el tiempo.

APÉNDICE I: MODELIZACIÓN DEL COMPONENTE PERIÓDICO DE LA VOLATILIDAD INTRADÍA

Siguiendo a Anderson y Bollerslev (1997), y adaptando su modelo, podemos descomponer la rentabilidad de cada intervalo de 10 minutos de negociación en:

$$r_{t,n} = E[r_{t,n}] + \frac{\sigma_t s_{t,n} z_{t,n}}{\sqrt{N}}$$

donde, $r_{t,n}$ es la rentabilidad del activo correspondiente al intervalo horario de diez minutos n , en el día t ($c_{t,n}$ o $f_{t,n}$); $E[r_{t,n}]$ es el valor esperado de la rentabilidad intradía o media no condicional, \bar{r} ; $\sigma_{t,n} = \sigma_t N^{-1/2}$; es la desviación estándar condicional intradía correspondiente a cada intervalo, siendo σ_t la volatilidad diaria y N es el número total de intervalos diarios; $z_{t,n} \sim IID(0,1)$; y $s_{t,n}$ representa el componente de la volatilidad periódica intradía determinista, que depende de las características del día de negociación. El componente estacional logarítmico, $\log(s_{t,n}^2)$, puede estimarse a partir de una regresión no lineal en el intervalo temporal, n -ésimo, y en la volatilidad diaria, σ_t . Así, podemos construir la siguiente expresión no lineal: $x_{t,n} \equiv 2 \log |r_{t,n} - \bar{r}| - \log \sigma_t + \log N = \log s_{t,n}^2 + \log z_{t,n}^2 = g(\theta; \sigma_t, n) + u_{t,n}$, donde $u_{t,n} = \log z_{t,n}^2 - E[\log z_{t,n}^2]$ es iid y tiene media nula. Obviamente, tanto $\sigma_t > 0, \forall t$ como $s_n > 0, \forall n$. En la ausencia de periodicidad intradía, $s_n > 1, \forall n$. La función no lineal $g(\theta; \sigma_t, n)$ puede aproximarse mediante una expresión paramétrica del tipo FFF, tal que:

$$g(\theta; \sigma_t, n) = \sum_{j=0}^J \sigma_t^j \left[\mu_{0j} + \mu_{1j} \frac{n}{N_1} + \mu_{2j} \frac{n^2}{N_2} + \sum_{i=1}^D \lambda_{ij} I_i(t, n) + \sum_{p=1}^P \left(\gamma_{pj} \cos \frac{pn2\pi}{N} + \delta_{pj} \sin \frac{pn2\pi}{N} \right) \right]$$

donde existen una combinación de un componente cuadrático (definido por los coeficientes μ) y un número de componentes sinusoidales (recogidos por los coeficientes γ y δ). Además, $N_1 = (N + 1) / 2$ y $N_2 = (N + 1) (2N + 1) / 6$ son constantes de normalización; e I_i son variables ficticias.

La estimación de esta función puede resolverse en dos etapas. En la primera etapa, se generan las series $x_{t,n}$ estimadas, $\hat{x}_{t,n}$; reemplazando $E[r_{t,n}]$ por su media muestral, \bar{r} y σ_t por $\hat{\sigma}_t$. Podríamos considerar que $\hat{\sigma}_t$ puede estimarse mediante un proceso de volatilidad GARCH, para capturar el agrupamiento de volatilidad diario. Para llevar a cabo la primera etapa, se diseña una base de datos donde se tienen los índices diarios del Ibex35 para el mercado de contado y futuro, y durante el periodo que abarca desde 20/1/96 hasta 14/11/2000, haciendo un total de 1233 datos diarios. A continuación, se obtienen las rentabilidades de ambos índices y se estiman los modelos GARCH(1,1) para obtener σ_t . Considerando la volatilidad constante dentro de cada día, se reconstruye la base de datos intradía. Finalmente, se estima el modelo FFF. Cabe resaltar, que el modelo empleado por Andersen y Bollerslev (1997) es diferente al utilizado en este trabajo. Estos autores utilizan el modelo de volatilidad condicional fraccionalmente integrado, o FIGARCH, pues encuentran un decrecimiento hiperbólico en la ASE. En una segunda etapa, condicionada a la estimación de σ_t en la etapa anterior, se estimaría el ciclo intradía mediante la modelización del valor esperado $E[\log s_{t,n}]$ del componente cíclico en términos de la forma funcional flexible de Fourier –representado por la función $g(\theta; \sigma_p, n)$ – y mediante la aplicación de MV, y considerando las estimaciones robustas en presencia de heterocedasticidad. A continuación, se normalizaría el componente estacional mediante una expresión que permitiría obtener el componente periódico intradía para el intervalo n en el día t , de acuerdo a:

$$\hat{s}_{t,n} = T \exp(\hat{g}_{t,n} / 2) / \left(\sum_{t=1}^{[T/N]} \sum_{n=1}^N \exp(\hat{g}_{t,n} / 2) \right)$$

siendo $[T/N]$ el número de días de negociación en la muestra, y cumpliéndose que

$$T^{-1} \sum_{t=1}^{[T/N]} \sum_{n=1}^N s_{t,n} \equiv 1. \text{ No obstante, aunque la estimación en dos etapas no es totalmente}$$

eficiente, eligiendo una correcta especificación del modelo FFF, los parámetros de $g(\theta; \sigma_p, n)$ pueden estimarse de forma consistente. En principio, no existen razones para creer que los patrones estacionales diarios se repiten exactamente. El cuadro A.1 muestra las estimaciones FFF. La determinación del número de términos de interacción J , así como el parámetro de truncamiento para la expansión de Fourier (P) se determinan valorando la significación de los coeficientes, y tratando de obtener la estructura más parsimoniosa posible. Tanto en el Ibex35 de contado como de futuro, encontramos que los valores de $J = 0$ y $P = 7$ son una aproximación razonable para $g(\theta; \sigma_p, n)$. En estas estimaciones no se han incluido variables ficticias. Cabe destacar, que los coeficientes más significativos son los correspondientes a las variables definidas por $\cos pn2\pi/N$.

Cuadro A.1: ESTIMACIONES MÁXIMO VEROSÍMILES DE LA FUNCIÓN $g(\theta, \sigma, n)$

Coeficientes		Mercado de contado		Mercado de futuro	
μ_{01}		25,58 (3,32)		26,82 (3,37)	
μ_{11}		-74,6 (-3,39)		-79,15 (-3,45)	
μ_{21}		48,88 (3,31)		52,15 (3,38)	
λ_{10}		-8,96 (-31,0)		-9,07 (-10,47)	
γ_{10}	γ_{50}	-13,53 (-3,11)	-0,34 (-1,95)	-14,66 (-3,21)	-0,41 (-3,22)
δ_{10}	δ_{50}	-2,10 (-6,03)	-0,26 (-2,94)	-1,93 (-5,28)	-0,20 (-2,10)
γ_{20}	γ_{60}	-3,43 (-3,17)	-0,22 (-1,68)	-3,68 (-3,24)	-0,22 (-1,65)
δ_{20}	δ_{60}	-1,05 (-5,69)	-0,29 (-3,66)	-0,95 (-4,91)	-0,29 (-3,41)
γ_{30}	γ_{70}	-1,47 (-3,08)	-0,21 (-2,09)	-1,58 (-3,14)	-0,22 (-2,06)
δ_{30}	δ_{70}	-0,53 (-4,05)	-0,25 (-3,41)	-0,52 (-3,83)	-0,25 (-3,00)
γ_{40}		-0,78 (-2,90)		-0,87 (-3,06)	
δ_{40}		-0,37 (-3,53)		-0,35 (-3,14)	

Nota: Para tratar el efecto de ciertas observaciones extremas en $x_{t,n}$, se ha introducido una variable ficticia. Entre paréntesis aparece el estadístico *t*-Student.

APÉNDICE II: REPRESENTACIÓN VECTORIAL DEL MODELO BEKK Y RESULTADOS

Matemáticamente, la relación entre los parámetros del modelo vectorial y BEKK se puede obtener vectorizando la expresión [2], tal que:

$$vec(\Omega_{t,n}) = (C \otimes C)' vec(I) + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^q (A_{ik} \otimes A_{ik})' vec(v_{t,n-1} v'_{t,n-1}) + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^p (B_{ik} \otimes B_{ik})' vec(\Omega_{t,n-1})$$

donde $vec(\cdot)$ es el operador vectorial que agrupa las columnas de una matriz; I es la matriz identidad de orden 2×2 ;

$$C_1 = (C \otimes C)' vec(I), \quad A_i = \sum_{k=1}^K (A_{ik} \otimes A_{ik})' \quad \text{y} \quad B_i = \sum_{k=1}^K (B_{ik} \otimes B_{ik})'$$

Considerando que $p = q = 1$ y $K = 1$, la especificación vectorial y BEKK son equivalentes si existen las matrices C , A_{11} y B_{11} [véase la proposición 2.4 de Engle y Kroner (1995)]. Así, empleando los resultados de las estimaciones que aparecen en el cuadro A.2 para las matrices \hat{C} , \hat{A}_{11} y \hat{B}_{11} en los Modelos I y II y sus variantes *SE* y *FFF*, que en general son estadísticamente significativos al nivel de significación del 5%, obtenemos \hat{C} , \hat{A}_1 y \hat{B}_1 .

Cuadro A.2: COEFICIENTES DEL MODELO VECTORIAL GARCH OBTENIDOS A PARTIR DE LAS ESTIMACIONES GARCH-BEKK, SEGÚN LA PROPOSICIÓN 2.4. DE ENGLE Y KRONER (1995)

Coeficientes	Modelo I			Modelo II			
	SE	FFF	SE	SE	FFF	FFF	
$c_1 = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$	0,081 x 10 ⁻⁵ 0,099 x 10 ⁻⁵ 0,143 x 10 ⁻⁵	0,0036 x 10 ⁻⁶ 0,024 x 10 ⁻⁶ 0,1604 x 10 ⁻⁶	0,81 x 10 ⁻⁶ 0,54 x 10 ⁻⁶ 0,6 x 10 ⁻⁶	0,36 x 10 ⁻⁶ 0,18 x 10 ⁻⁶ 0,105 x 10 ⁻⁶			
$b_1 = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \\ b_8 \\ b_9 \end{pmatrix}$	0,8604 -0,6161 0,4412 0,4395 -0,2165 0,155 0,2245 -0,1106 0,0545 0,8917 -0,1992 0,0445 1,5151 -0,9838 0,2197 2,5744 -1,6716 1,0853	0,1143 -0,0557 0,0271 -0,0395 0,095 -0,0463 0,0136 -0,0328 0,0791 0,0088 0,0807 0,7386 0,0784 0,0156 0,1431 0,6967 0,139 0,0277	0,3435 -0,5411 0,8525 0,1242 -0,2288 0,3605 0,0449 -0,0827 0,1524 0,5547 -0,9866 1,7548 -0,026 -0,6414 1,1408 0,0012 0,0301 0,7417	0,1625 -0,1192 0,0874 -0,0189 0,089 -0,0649 0,0022 -0,0103 0,0483 0,1912 -0,6555 2,2467 -0,103 -0,3194 1,0949 0,0555 0,1721 0,5336			
Matriz de covarianzas no condicional	$\begin{bmatrix} 0,33 \times 10^{-5} & 0,30 \times 10^{-5} \\ 0,30 \times 10^{-5} & 0,335 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,35 \times 10^{-5} & 0,35 \times 10^{-5} \\ 0,35 \times 10^{-5} & 0,385 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,51 \times 10^{-5} & 0,33 \times 10^{-5} \\ 0,33 \times 10^{-5} & 0,38 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,99 \times 10^{-5} & 0,33 \times 10^{-5} \\ 0,91 \times 10^{-5} & 0,86 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$			
Valores propios $\hat{A}_1 \otimes \hat{B}_1$	0,7595 -0,1590 0,0224 -0,0253 0,0715 0,0561 -0,0634 -0,0634	0,1947 0,0145 -0,1429 0,0725 -0,0198 0,0391 -0,0532 -0,0532	0,1048 0,0270 -0,1429 0,0725 -0,0082 -0,0198 -0,0262 -0,0532	0,0734 0,0071 -0,0638 0,0082 -0,0198 -0,0262 0,0228 0,0228	0,2038 -0,1428 0,0124 0,0717 0,0352 -0,0177 -0,0502 -0,0502	0,1000 -0,1428 0,0252 0,0717 0,0352 -0,0177 -0,0502 -0,0502	

Nota: Debe tenerse en cuenta que las matrices obtenidas son de orden 4x4, salvo \hat{C}_1 que es 4x1, haciendo un total de 16 parámetros. Sin embargo, muchos de esos parámetros son superfluos y redundantes, pues las ecuaciones de covarianza aparecen dos veces ($h_{1,2;n}$ y $h_{2,1;n}$). Por ello, muchos de esos términos pueden ser eliminados sin afectar al modelo. Así, el número total de parámetros en las matrices \hat{A}_1 y \hat{B}_1 es igual a 9.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Andersen, T. and T. Bollerslev (1997): "Intraday Seasonality and Volatility Persistence in Financial Markets", *Journal of Empirical Finance*, vol. 4, págs. 115-158.
- Andersen, T. and T. Bollerslev (1998): "Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models Do Provide Accurate Forecasts", *International Economic Review*, vol. 39, págs. 885-905.
- Aragó, V. y M.^a Fernández (2000): "Efecto Vencimiento: Su Incidencia en el Valor y la Volatilidad de la Base", *Actualidad Financiera*, 2º Trimestre, págs. 53-60.
- Aragó, V. y M.^a Fernández (2002): "Cobertura con Contratos de Futuro", *Revista de Economía Aplicada*, nº. 28, págs. 39-62.
- Baillie, R. and T. Bollerslev (1990): "Intra Day and Inter Market Volatility in Foreign Exchange Rates", *Review of Economic Studies*, vol. 58, págs. 565-585.
- Baillie, R., G. Booth, Y. Tse and T. Zobotina (2002): "Price Discovery and Common Factor Models", *Journal of Financial Markets*, vol. 5, págs. 309-321.
- Balocchi, G., M. Dacorogna, R. Gençay and B. Piccinato (2001): "Time-to-Expiry Seasonalities in Eurofutures", *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, vol. 4(4), págs. 227-231.
- Beltratti, A. and C. Morana (1999): "Computing Value at Risk with High Frequency Data", *Journal of Empirical Finance*, vol. 6, págs. 431-455.
- Blanco, R. (1998): "Transmisión de Información y Volatilidad entre el Mercado de Futuro sobre Ibex35 y el Mercado de Contado", Documento de Trabajo del Banco de España, nº 98-15.
- Blanco, R. (2000): "Efectos sobre la Volatilidad del Mercado Bursátil de la Introducción de Mercados de Futuro y Opciones sobre el Ibex35", *Investigaciones Económicas*, vol. 24(1), págs. 139-175.
- Booth, G., J. Lin, T. Martikainen and Y. Tse (2002): "Trading and Pricing in Upstairs and Downstairs Stock Markets", *Review of Financial Studies*, vol. 15, págs. 1111-1135.
- Brock, W., W. Dechert and J. Scheinkman (1987): "A Test for Independence based on the Correlation Dimension", University of Wisconsin, Dept. of Economics. Revisado en Brock, W., Dechert, W., Scheinkman, J. and LeBaron, B. (1996), *Econometric Reviews*, vol. 15, págs. 197-235.
- Brooks, C., A. Rew and S. Ritson (2001): "A Trading Strategy Based on the Lead-Lag Relationship Between the Spot Index and Futures Contract for the FTSE 100", *International Journal of Forecasting*, vol. 17, págs. 31-44.
- Chan, K. (1992): "A Further Analysis of the Lead-lag Relationship Between the Cash Market and Stock Index Futures Market", *The Review of Financial Studies*, vol. 5(1), págs. 123-152.
- Chan, K., C. Chan and G. Karolyi (1991): "Intraday Volatility in the Stock Market and Stock Index Futures Markets", *Review of Financial Studies*, vol. 4, págs. 657-684.
- Climent, F. y A. Pardo (1996): "Estudio de las Relaciones entre el Contrato de Futuro sobre Ibex-35 y su activo subyacente", Working Paper, EC-96-13. Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas.
- Corredor, P., P. Lechón y R. Santamaría (1997): "El Vencimiento de los Derivados y el Ibex35", *Revista de Economía Aplicada*, vol. 14(V), págs. 81-97.
- Dacorogna, M., V. Müller, R. Nagler, R. Olsen and O. Pictet (1993): "A Geographical Model for the Daily and Weakly Seasonal Volatility in FX Markets", *Journal of International Money and Finance*, vol. 12, págs. 413-438.
- Diebold, F. and R. Mariano (1995): "Comparing Predictive Accuracy", *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 13(3), págs. 253-263.

- Ederington, L. and J. Lee (1993): "How Markets Process Information: News Releases and Volatility", *Journal of Finance*, vol. 48, págs. 1161-1191.
- Engle, R.F. and V. Ng (1993): "Measuring and Testing the impact of News on Volatility", *Journal of Finance*, vol. 48, págs. 1749-1778.
- Engle, R.F. and K. Kroner (1995): "Multivariate Simultaneous Generalized ARCH", *Econometric Theory*, vol. 11, págs. 122-150.
- Finnerty, J. and H. Park (1987): "Stock Index Futures: Does the Tail Wag the Dog? A Technical Note", *Financial Analyst Journal*, vol. 43, págs. 57-61.
- Frino, A., T. Walter and A. West (2000): "The Lead-Lag Relationship Between Equities and Stock Index Futures Markets Around Information Releases", *The Journal of Futures Markets*, vol. 20(5), págs. 467-487.
- Gallant, A.R. (1981): "On a Bias in Flexible Function Forms and a Essentially Unbiased Form", *Journal of Econometrics*, vol. 15, págs. 211-244.
- Gonzalo, J. and C.W.J. Granger (1995): "Estimation of Common Long-Memory Components in Cointegrated Systems", *Journal of Business and Economics Statistics*, vol. 13, págs. 27-35.
- Granger, C. and Z. Zing (1995): "Some Properties of Absolute Return: An Alternative Measure of Risk", *Annales d'Economie et de Statistique*, vol. 40, págs. 67-91.
- Gwilym, O. and M. Buckle (2001): "The Lead-Lag Relationship Between the FTSE100 Stock Index and Its Derivative Contracts", *Applied Financial Economics*, vol. 11, págs. 385-393.
- Harris, F., T. McInish, G. Shoesmith and R. Wood (1995): "Cointegrating, Error Correction, and Price Discovery on Informationally Linked Security Markets", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 4, págs. 563-579.
- Hasbrouck, J. (1995): "One Security, Many Markets: Determining the Contributions to Price Discovery", *Journal of Finance*, vol. 50, págs. 1175-1199.
- Hsiao, C. (1981): "Autoregressive Modeling and Money-Income Causality Detection", *Journal of Monetary Economics*, vol. 7, págs. 85-106.
- Huang, R. and H. Stoll (1994): "Market Microstructure and Stock Market Predictions", *Review of Financial Studies*, vol. 7, págs. 179-213.
- Johansen, S. (1988): "Statistical Analysis of Cointegration Vectors", *Journal of Economics Dynamics and Control*, vol. 12, págs. 231-254.
- Jokivuolle, E. (1995): "Measuring True Stock Index Value in the Present of Infrequent Trading", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 3, págs. 455-464.
- Koutmos, G. and M. Tucker (1996): "Temporal Relationships and Dynamic Interactions Between Spot and Futures Stock Markets", *The Journal of Futures Markets*, vol. 16(1), págs. 55-69.
- León, A. and J. Mora (1999): "Modelling Conditional Heterokedasticity: Application to the IBEX35 Stock Return Index", *Spanish Economic Review*, vol. 1(3), págs. 215-238.
- MacKinlay, A.C. and K. Ramaswamy (1988): "Index-futures Arbitrage and the Behaviour of Stock Index Futures Prices", *The Review of Financial Studies*, vol. 1(2), págs. 137-158.
- Martens, M. (1998): "Price Discovery in High and Low Volatility Periods: Open Outcry versus Electronic Trading", *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*, vol. 8, págs. 243-260.
- Martens, M. (2002): "Measuring and Forecasting S&P 500 Index-Futures Volatility using High-Frequency Data", *Journal of Futures Markets*, vol. 22, págs. 497-518.
- McKenzie, M., T. Brailsford y R. Faft (2001): "New Insights into the Impact of the Introduction of Futures Trading on Stock Prices Volatility", *The Journal of Futures Markets*, vol. 21(3), págs. 237-255.

- Müller, U., M. Dacorogna, R. Olsen, O. Pictet, M. Schwarz and C. Morgeneegg (1990): "Statistical Study of Foreign Exchange Rates: Empirical Evidence of a Price Change in Scaling Law and Intraday Analysis", *Journal of Banking and Finance*, vol. 14, págs. 1189-1208.
- Pagan, A.R. and G.W. Schwert (1990): "Alternative Models for Conditional Stock Volatility", *Journal of Econometrics*, vol. 45, págs. 267-290.
- Pardo, A. (1998): "Efectos de los Mercados Derivados sobre Ibex35 en el Activo Subyacente", *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, vol. 94, págs. 99-128.
- Pardo, A. y F. Climent (2000): "Relaciones Temporales entre el Contrato de Futuro sobre Ibex35 y su Activo Subyacente", *Investigaciones Económicas*, vol. 24(1), págs. 219-236.
- Peiró, A. (1994): "La Estacionalidad Diaria del Mercado de Acciones Español", *Investigaciones Económicas*, vol. 18, págs. 557-569.
- Pérez-Rodríguez, J. y S. Torra (2001): "Diversas Formas de Dependencia no Lineal y Contrastes de Selección de Modelos en la Predicción de los Rendimientos del Ibex35", *Colección Estudios de Economía Española*. FEDEA, nº 94.
- Phillips, P.C.B. and P. Perron (1988): "Testing for Unit Root in Time Series Regression", *Biometrika*, vol. 75, págs. 335-346.
- Stephan, J. and R. Whaley (1990): "Intraday Price Change and Trading Volume Relations in the Stock and the Stock Option Markets", *Journal of Finance*, vol. 45, págs. 191-220.
- Stoll, H. and R. Whaley (1990): "The Dynamics of Stock Index and Stock Index Futures Returns", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol.25, págs. 441-468.
- Subrahmanyam, A. (1991): "A Theory of Trading in Stock Index Futures", *The Review of Financial Studies*, vol. 4(1), págs. 17-51.
- Taylor, S. (1988): *Modelling Financial Time Series*. Chichester: J. Wiley & Sons.

Fecha de recepción del original: junio, 2001

Versión final: noviembre, 2003

ABSTRACT

In this paper we study the effect of the intraday periodicity on the return volatilities in the stock market and stock index futures market on Ibex35. We estimate a periodic component for each market by using the Fourier flexible functional form, and then we use this component to filter returns. The effect of the periodicity is analyzed from fitting standard GARCH models to return series and from modelling the lead-lag relationship between both markets by using a vector error correction model with GARCH-BEKK errors changing over time, taking into account infrequent trading. Our data set consists of the Ibex35 intraday closing prices from January to November 2000, using sampling intervals of ten minutes. In general, the results indicate two facts. Firstly, intraday periodicity affects the estimated coefficients in the standard GARCH and multivariate volatility models. Secondly, the periodic patterns do not affect the lead-lag relationship between both markets, in the sense that we always observe causality in both directions and we always reject that volatilities are equal in both markets.

Key words: microstructure, periodicity, lead-lag relationship, conditional volatility and correlation.

JEL classification: C22, C45, C52.